IPORAN DE FIGUEIREDO GUERRANTE

ESTUDO TEÓRICO E EXPERIMENTAL DA JUNÇÃO DE CONCRETOS DE DIFERENTES RESISTÊNCIAS POR MEIO DE ADESIVO EPÓXI

Tese apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Civil. Área de concentração: Tecnologia da construção e estruturas.

Orientador: Prof. Emil de Souza Sánchez Filho, D. Sc. **Co-orientador:** Prof. Luiz Antonio Vieira Carneiro, D. Sc.

Niterói 2013

Ficha Catalográfica elaborada pela Biblioteca da Escola de Engenharia e Instituto de Computação da UFF

G934	Guerrante, Iporan de Figueiredo Estudo teórico e experimental da junção de concretos de diferentes resistências por meio de adesivo epóxi / Iporan de
	Figueiredo Guerrante. – Niterói, RJ : [s.n.], 2013. 177 f.
	Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal
	Fluminense, 2013.
	Orientadores: Emil de Souza Sánchez Filho, Luiz Antônio Vieira
	Cameiro.
	1. Concreto. 2. Concreto de alta resistência. 3. Resina epóxi. 4.
	Rugosidade. 5. Tecnologia da construção. I. Título.
	CDD 624.1834

IPORAN DE FIGUEIREDO GUERRANTE

ESTUDO TEÓRICO E EXPERIMENTAL DA JUNÇÃO DE CONCRETOS DE DIFERENTES RESISTÊNCIAS POR MEIO DE ADESIVO EPÓXI

Tese apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial para obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Civil. Área de concentração: Tecnologia da construção.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Emil de Souza Sánchez Filho, D. Sc. – Orientador Universidade Federal Fluminense

Prof. Luiz Antonio Vieira Carneiro, D. Sc. – Co-orientador Instituto Militar de Engenharia

Prof. Marta de Souza Lima Velasco, D. Sc. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Prof. Júlio Jerônimo Holtz Silva Filho, D. Sc. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Prof. Mayra Soares Pereira Lima Perlingeiro, D. Sc. Universidade Federal Fluminense

> Prof. Luiz Carlos Mendes, D. Sc. Universidade Federal Fluminense

> > Niterói 2013

Dedico esta tese às tias Arlete, Maria Dulce, Sonia e Zezé!

AGRADECIMENTOS

A Deus pela oportunidade de me aperfeiçoar, enquanto muitos, no mundo, morrem de fome.

A meus pais, Rafael e Joanita (*in memorian*), por terem me dado aquele que é nosso maior dom: a vida!

À minha esposa Sonia e aos meus filhos Igor, Amanda, Rachel e André Luiz.

Aos demais familiares e amigos queridos, pela força e estímulo que me passaram durante o trabalho.

À Carminha e Marineuza, colegas da PROPP, pela colaboração em todo o decorrer do trabalho.

Aos colegas da Secretaria da Pós-graduação em Engenharia Civil da UFF pelo apoio que me prestaram.

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da UFF que tiveram papel importante no meu caminho de aprendizado.

À Professora Andreia Sarmento pela ajuda na obtenção do adesivo epóxi.

À Universidade Federal Fluminense, em especial à SAEN/COE/DFO, por me proporcionar as condições para a realização do Curso.

Ao Instituto Militar de Engenharia – IME, por ter proporcionado as condições necessárias para a realização dos ensaios.

Ao Professor Luiz Antônio Vieira Carneiro pela sua atuação como co-orientador.

À Professora Ana Maria Abreu Jorge Teixeira pela ajuda na realização dos ensaios.

Ao Professor Emil de Souza Sánchez Filho, pela paciência, capacidade e experiência na área de estruturas de concreto.

"Inteligente é quem outros conhece. Sapiente é quem se conhece a si mesmo. Forte é quem outros vence, Poderoso é quem domina a si mesmo. Ativo é quem muito trabalha, Rico é quem vive contente. Firme é quem vive em seu posto, Eterno é quem supera a própria morte".

Lao Tsé

SUMÁRIO

SUMÁRIO	6
LISTA DE ILUSTRAÇÕES	9
LISTA DE TABELAS	16
LISTA DE QUADROS	17
LISTA DE SIGLAS E SÍMBOLOS	18
RESUMO	21
ABSTRACT	22
1. INTRODUÇÃO	23
1.1 METODOLOGIA	24
1.2 BREVE HISTÓRICO	25
1.3 OBJETIVOS	28
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	29
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	30
2.1 NOTAS INICIAIS	30
2.2 TENSÃO NUM PONTO E TENSOR DE TENSÃO	30
2.3 TENSÕES EM PLANO GENÉRICO	35
2.4 TENSÕES OCTAÉDRICAS	37
2.5 DEFORMAÇÃO NUM PONTO	38
2.6 CRITÉRIOS DE RUPTURA	39
2.6.1 Escorço da Teoria da Plasticidade	40
2.6.2 Critério de Coulomb-Mohr	41
2.6.3 Outros Critérios de Ruptura	48
2.7 TEORIA DA RESISTÊNCIA UNIFICADA	51
2.7.1 Casos Especiais da TRU	58

2.7.1.1 A TRU no Estado Plano de Tensão	60
3. SOLICITAÇÕES EM JUNTAS DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS DE	62
CONCRETO	
3.1 NOTAS INICIAIS	62
3.2 ANALOGIA DA TEORIA DO ATRITO DE COULOMB	62
4. PROGRAMA EXPERIMENTAL	75
4.1 NOTAS INICIAIS	75
4.2 MATERIAIS	81
4.2.1 Concreto	81
4.2.1.1 Resistência à compressão do concreto	81
4.2.1.2 Módulo de elasticidade do concreto	82
4.2.1.3 Resistência à tração do concreto	83
4.2.2 Adesivo Epóxi (MC-DUR 1300)	84
4.3 DESCRIÇÃO DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS	85
4.3.1 Aquisição dos parâmetros da TRU	85
4.3.2 Tensão de aderência	86
4.4 AVALIAÇÃO DAS TENSÕES ATUANTES NA JUNÇÃO	87
4.5 ANÁLISE DA RUGOSIDADE	92
4.5.1 Preparo das peças	92
4.5.2 Instrumentação para a análise da rugosidade	93
4.5.3 Análise da rugosidade	95
4.6 INSTRUMENTAÇÃO	97
4.6.1 Extensômetros elétricos de resistência	97
4.7 DESCRIÇÃO E SEQUÊNCIA DOS ENSAIOS	98
5. ANÁLISE DOS RESULTADOS	100
5.1 NOTAS INICIAIS	100
5.2 FUNÇÃO DENSIDADE DA RUGOSIDADE IMPOSTA	100
5.3 ANÁLISE COMPARATIVA COM A PROPOSTA DE MAEKAWA et al. (2004)	107
5.4 PARÂMETROS DA TRU	111
5.5 COMPORTAMENTO DAS TENSÕES ATUANTES	112
5.6 DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS	126
5.7 TENACIDADE	140

5.8 VALORES DE ADERÊNCIA DE ACORDO COM AS NORMAS	143
INTERNACIONAIS	
5.9 ENVOLTÓRIAS DE RUPTURA	147
6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	162
6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	170
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	171

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

- Figura 1.1 Ponte contínua com vigas I pré-moldadas; FIB BULLETIN 29:2004.
- Figura 1.2 Esquema de elaboração da pesquisa.
- Figura 1.3 EIBL *et al.* (1972): a) Esquema de ensaio; b) corpos-de-prova ensaiados.
- Figura 1.4 Ensaio realizado por KUPFER (1972).
- Figura 1.5 Simulação numérica desenvolvida por WALRAVEN et al. (1996).
- Figura 1.6 REINECKE *et al.* (2000): a) corpos-de-prova para determinação da adesão relacionada a capacidade resistente tangencial; b) corpos-de-prova para determinação da capacidade tangencial.
- Figura 1.7 Corpo de prova utilizado por JULIO (2005).
- Figura 2.1 Tensão no ponto: a) Vetores de tensão nos três planos mutuamente perpendiculares; b) componentes do vetor de tensão associadas ao plano com normal na direção do eixo x₁; CHEN (2007).
- Figura 2.2 Paralelepípedo elementar com as componentes de tensão associadas aos planos do sistema cartesiano; YU (2009).
- Figura 2.3 Representação de tensor de tensões no sistema referencial de Haig-Westergaard; modificada de HASHIGUCHI (2009).
- Figura 2.4 Tensões num tetraedro infinitesimal; YU et al. (2006).
- Figura 2.5 Direções das tensões normais e tangenciais principais; YU (2009).
- Figura 2.6 Planos octaédricos; SÁNCHEZ (2000).
- Figura 2.7 Tensões octaédricas; SÁNCHEZ (2000).
- Figura 2.8 Critérios de plastificação de Tresca e de Huber– von Mises Hencky.
- Figura 2.9 Envoltória de Coulomb–Mohr; CHEN (2007).
- Figura 2.10 Critério de Coulomb–Mohr: (a) no plano meridiano $\theta=0$; (b) e a seção no plano desviador passando na origem (plano π).

- Figura 2.11 Critérios de ruptura: a) envoltória de ruptura de Mohr ; b) hipótese do atrito de Coulomb; c) critério da tensão cisalhante de Tresca; NIELSEN (1999).
- Figura 2.12 Critério de ruptura para material de Coulomb modificado; NIELSEN (1999).
- Figura 2.13 Superfície de ruptura, seção de ruptura no plano desviador e envoltória de ruptura no plano ($\sigma_2=0$) para o critéio de Coulomb–Mohr; YU *et al.* (2009).
- Figura 2.14 Modelo de cisalhamento simples do critério de Coulomb–Mohr; YU (2009).
- Figura 2.15 Envoltória simplificada de Mohr-Coulomb; modificada de JACINTHO e GIONGO (2005).
- Figura 2.16 Concreto sobre solicitação biaxial; modificada de JACINTHO e GIONGO (2005).
- Figura 2.17 Resistência do concreto em estado duplo de tensão classe C30; CEB-FIP (1990).
- Figura 2.18 Resultados experimentais de IVEY(1961) e TAYLOR e QUINNEY (1931); elipses de Tresca, Huber-von Mises e YU (1961a).
- Figura 2.19 Elemento cúbico e tensão cisalhante simples; YU (2009).
- Figura 2.20 Planos de tensões: a) elemento de tensões cisalhante gêmeas; b) múltiplo; YU (2006).
- Figura 2.21 Elemento octaédrico ortogonal utilizado por YU *et al.* (2009) na teoria das tensões cisalhantes gêmeas.
- Figura 2.22 Elementos sólidos espaciais utilizados por YU et al. (2009).
- Figura 2.23 Seções de ruptura no plano desviador com variações do parâmetro b; YU (2004).
- Figura 2.24 Envoltórias de ruptura no espaço principal para os casos especiais b=0, b=1/2 e b=1; YU *et al.* (2004).
- Figura 2.25 Variações da envoltória da TRU no estado plano de tensão para materiais SD; YU (2009).
- Figura 3.1 Conexão para continuidade de painéis de lajes pré-moldados; BIRKELAND *et al.* (1966).
- Figura 3.2 Plano de ruptura entre blocos de concreto. BIRKELAND *et al.* (1966).
- Figura 3.3 Hipótese de atrito utilizada por BIRKELAND *et al.* (1966).
- Figura 3.4 Efeitos da coesão, atrito e ação de pino entre elementos estudados por TANAKA *et al.* (2006).
- Figura 3.5 Modelos experimentais para avaliação da transferência de tensões cisalhantes: (a) teste push-off; (b) teste pull-off; (c) teste push-off modificado; MATTOCK *et al.* (1972).

- Figura 3.6- Modelos experimentais tipo push-off utilizados nas séries A, B, C e D por MATTOCK *et al.* (1975).
- Figura 3.7 Influência do comprimento da junta na ruptura por cisalhamento; REINHARDT (1982).
- Figura 3.8 Mecanismo de transferência de tensões por atrito; WALRAVEN et al. (1993).
- Figura 3.9 Tensões devido ao engrenamento dos agregados; WALRAVEN et al. (1993).
- Figura 3.10 Variação das tensões em função da evolução da abertura de fissuras; REINECKE *et al.* (2000).
- Figura 3.11 Superfície de ruptura no concreto: a) concreto de resistência normal; b) concreto de alta resistência; AÏTCIN (2000).
- Figura 3.12 Notações definidas por MAEKAWA et al. (2004).
- Figura 3.13 Projeção bidimensional da superfície fissurada do concreto e a correspondente distribuição das unidades de contato: a) concreto de resistência normal; b) concreto de alta resistência; MAEKAWA *et al.* (2004).
- Figura 3.14 Resistência ao cisalhamento entre concretos de diferentes idades; EUROCODE 2:2003.
- Figura 4.1 Esquema do programa experimental.
- Figura 4.2 Sequência do programa experimental para determinação dos parâmetros da TRU.
- Figura 4.3 Sequência do programa experimental para determinação da tensão de aderência.
- Figura 4.5 Esquema do planejamento da pesquisa: procedimentos preliminares e caracterização dos materiais; ensaios de compressão; ensaios de tração; ensaios para determinação dos parâmetros da TRU; ensaios para determinação da aderência média; micrografias com auxílio do microscópio USB VEHO para determinação das funções densidade de contato; determinação das envoltórias de ruptura e avaliação de modelos.
- Figura 4.6 Esquema de ensaio de tração por compressão diametral segundo a NBR7222:1994 com indicação de EER para aquisição de dados da TRU.
- Figura 4.7 Determinação das tensões num plano a 30°: a) seção transversal do corpo de prova; b) dimensões do corpo de prova (medidas em mm).
- Figura 4.8 Determinação das tensões num plano a 45: a) seção transversal do corpo de prova; b) dimensões do corpo de prova (medidas em mm).
- Figura 4.9 Determinação das tensões num plano a 60: a) seção transversal do corpo de prova; b) dimensões do corpo de prova (medidas em mm).

- Figura 4.10 Variação da tensão com a orientação do plano da seção. (a) estado duplo de tensões; (b) tensões num plano inclinado; (c) forças atuando num plano inclinado.
- Figura 4.11 Equipamentos utilizados: (a) Lavadora de alta pressão marca NORDTECH TEKNA, modelo HLX150V, pressão 2.175 lbs; (b) jateamento de água sob pressão.
- Figura 4.12 Peças de C25 cortadas com inclinação a 30° prontas para colagem.
- Figura 4.13 Microscópio USB marca VEHO modelo VMS004.
- Figura 4.14 Regiões fotografadas em cada peça cortada.
- Figura 4.15 Fotografias com ampliação de 20vezes. (a) e (e) C20-45-02-A; (b) e (f) C20-45-02-B; (c) e (g) C20-45-02-C e (d) e (h) C20-45-02-D, respectivamente, sem e com contorno da face.
- Figura 4.16 Fotografias com ampliação de 20 vezes: (a) C20-30-06-A sem uso do contraste;(b) C20-30-07-A com uso do contraste.
- Figura 4.17 Junção dos contornos das faces da peça C20-30-01.
- Figura 4.18 Distribuição normal para rugosidade média do C20-30-01 (rugosidade em mm).
- Figura 4.19 Distribuição normal padronizada para rugosidade média do C20-30-01 (rugosidade em mm).
- Figura 4.20 Instrumentação para aquisição dos parâmetros da TRU.
- Figura 4.21 Instrumentação para determinação da tensão de aderência, sendo uma roseta por hemisfério, na altura média e diametralmente opostas.
- Figura 4.22 Prensa utilizada na realização dos ensaios
- Figura 4.23 Esquema de ensaio para determinação das tensões na junção (medidas em mm).
- Figura 5.1 Determinação da frequência para C20.
- Figura 5.2 Determinação da frequência para C30.
- Figura 5.3 Determinação da frequência para C50.
- Figura 5.4 Determinação da frequência para C70.
- Figura 5.5 Rugosidades médias por *fc*.
- Figura 5.6 Elemento estrutural desagregado em função do jateamento de água.
- Figura 5.7 Rugosidades médias para C20 e C30.
- Figura 5.8 Rugosidades médias para C50 e C70.
- Figura 5.7 Rugosidades médias para C20, C30, C50 e C70.
- Figura 5.10 Funções propostas por MAEKAWA et al. (2004): a) CRN; b) CAR.
- Figura 5.11 Critério para determinação do ângulo de contato médio θ .

- Figura 5.12 Função densidade para ângulo de contato médio θ para C20.
- Figura 5.13 Função densidade para ângulo de contato médio θ para C30.
- Figura 5.14 Função densidade para ângulo de contato médio θ para C50.
- Figura 5.15 Função densidade para ângulo de contato médio θ para C70.
- Figura 5.16 Funções densidades para ângulos de contato médio θ para C20, C30, C50 e C70.
- Figura 5.17 Intervalos de ângulos de contato médio θ para C20, C30, C50 e C70, verificados nos ensaios.
- Figura 5.18 Superfície a ser colada com rugosidade do elemento C20-60-01.
- Figura 5.19 Superfície a ser colada com rugosidade do elemento C30-30-04.
- Figura 5.20 Superfície a ser colada com rugosidade do elemento C50-30-03.
- Figura 5.21 Superfície a ser colada com rugosidade do elemento C70-60-01.
- Figura 5.22 C30S-30I-45-02 após a ruptura.
- Figura 5.23 C70S-70I-30-03 após a ruptura.
- Figura 5.24 C50S-70I-45-02 após a ruptura com rompimento na junta de colagem.
- Figura 5.25 C20S-20I-60-02 verificação da junta de colagem após a ruptura.
- Figura 5.26 Observação do pico de tensões no C50S-50I-45-02.
- Figura 5.27 Observação do pico de tensões no C50S-70I-30-01.
- Figura 5.28 Tensão de ruptura em função da inclinação da junta Série C20S-20I.
- Figura 5.29 Tensão de ruptura em função da inclinação da junta Série C20S-30I.
- Figura 5.30 Tensão de ruptura em função da inclinação da junta Série C30S-30I.
- Figura 5.31 Tensão de ruptura em função da inclinação da junta Série C30S-50I.
- Figura 5.32 Tensão de ruptura em função da inclinação da junta Série C50S-50I.
- Figura 5.33 Tensão de ruptura em função da inclinação da junta Série C50S-70I.
- Figura 5.34 Tensão de ruptura em função da inclinação da junta Série C70S-70I.
- Figura 5.35 Tensão normal na junta em função da inclinação da junta Série C20S-20I.
- Figura 5.36 Tensão normal na junta em função da inclinação da junta Série C20S-30I.
- Figura 5.37 Tensão normal na junta em função da inclinação da junta Série C30S-30I.
- Figura 5.38 Tensão normal na junta em função da inclinação da junta Série C30S-50I.
- Figura 5.39 Tensão normal na junta em função da inclinação da junta Série C50S-50I.
- Figura 5.40 Tensão normal na junta em função da inclinação da junta Série C50S-70I.
- Figura 5.41 Tensão normal na junta em função da inclinação da junta Série C70S-70I.
- Figura 5.42 Tensão de aderência em função da inclinação da junta Série C20S-20I.
- Figura 5.43 Tensão de aderência em função da inclinação da junta Série C20S-30I.

Figura 5.44 Tensão de aderência em função da inclinação da junta – Série C30S-30I. Figura 5.45 Tensão de aderência em função da inclinação da junta - Série C30S-50I. Figura 5.46 Tensão de aderência em função da inclinação da junta - Série C50S-50I. Figura 5.47 Tensão de aderência em função da inclinação da junta - Série C50S-70I. Figura 5.48 Tensão de aderência em função da inclinação da junta - Série C70S-70I. Figura 5.49 Evolução da tensão de aderência em função do aumento da resistência e do ângulo da junta de colagem. Figura 5.50 Deformações específicas para a metade inferior do C20S-20I-30-04. Figura 5.51 Deformações específicas para a metade superior do C20S-20I-30-04. Figura 5.52 Deformações volumétricas para a metade inferior do C20S-20I-30-04. Figura 5.53 Deformações volumétricas para a metade superior do C20S-20I-30-04. Figura 5.54 Deformações específicas para a metade inferior do C20S-30I-45-01. Figura 5.55 Deformações específicas para a metade superior do C20S-30I-45-01. Figura 5.56 Deformações volumétricas para a metade inferior do C20S-30I-45-01. Figura 5.57 Deformações volumétricas para a metade superior do C20S-30I-45-01. Figura 5.58 Deformações específicas para a metade inferior do C30S-30I-60-04. Figura 5.59 Deformações específicas para a metade superior do C30S-30I-60-04. Figura 5.60 Deformações volumétricas para a metade inferior do C30S-30I-60-04. Figura 5.61 Deformações volumétricas para a metade superior do C30S-30I-60-04. Figura 5.62 Deformações específicas para a metade inferior do C30S-50I-45-01. Figura 5.63 Deformações específicas para a metade superior do C30S-50I-45-01. Figura 5.64 Deformações volumétricas para a metade inferior do C30S-50I-45-01. Figura 5.65 Deformações volumétricas para a metade superior do C30S-50I-45-01. Figura 5.66 Deformações específicas para a metade inferior do C50S-50I-30-03. Figura 5.67 Deformações específicas para a metade superior do C50S-50I-30-03. Figura 5.68 Deformações volumétricas para a metade inferior do C50S-50I-30-03. Figura 5.69 Deformações volumétricas para a metade superior do C50S-50I-30-03. Figura 5.70 Deformações específicas para a metade inferior do C50S-70I-30-03. Figura 5.71 Deformações específicas para a metade superior do C50S-70I-30-03. Figura 5.72 Deformações volumétricas para a metade inferior do C50S-70I-30-03. Figura 5.73 Deformações volumétricas para a metade superior do C50S-70I-30-03. Figura 5.74 Deformações específicas para a metade inferior do C70S-70I-30-05. Figura 5.75 Deformações específicas para a metade superior do C70S-70I-30-05.

Figura 5.76 Deformações volumétricas para a metade inferior do C70S-70I-30-05. Figura 5.77 Deformações volumétricas para a metade superior do C70S-70I-30-05. Figura 5.78 Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C50S-50I-30. Figura 5.79 Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C50S-50I-45. Figura 5.80 Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C50S-50I-60. Figura 5.81 Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C50S-70I-30. Figura 5.82 Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C50S-70I-45. Figura 5.83 Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C50S-70I-60. Figura 5.84 Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C70S-70I-30. Figura 5.85 Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C70S-70I-45. Figura 5.86 Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C70S-70I-60. Figura 5.87 Diagrama tensão x deformação específica com linha de tendência e R² para o C70S-70I-45-04 (parte inferior do corpo de prova). Figura 5.88 Diagrama tensão x deformação específica com linha de tendência e R² para o C70S-70I-45-04 (parte superior do corpo de prova). Figura 5.89 Diagramas tensão x deformação específica o C70S-70I-45-04 (parte inferior e superior do corpo de prova). Figura 5.90 Diagramas tensão x deformação específica para o C70S-70I-45-04 e C20S-20I-45-01 (partes inferiores dos corpos de provas). Figura 5.91 Módulos de tenacidade para os corpos de prova com junta de 45° para CAR. Figura 5.92 Módulos de tenacidade para os corpos de prova com junta de 45° para CRN. Figura 5.93 Aderência média experimental e valores das normas internacionais para a série C20S-20I em função do ângulo de inclinação da junta.

- Figura 5.94 Aderência média experimental e valores das normas internacionais para a série C20S-30I em função do ângulo de inclinação da junta.
- Figura 5.95 Aderência média experimental e valores das normas internacionais para a série C30S-30I em função do ângulo de inclinação da junta.
- Figura 5.96 Aderência média experimental e valores das normas internacionais para a série C30S-50I em função do ângulo de inclinação da junta.
- Figura 5.97 Aderência média experimental e valores das normas internacionais para a série C50S-50I em função do ângulo de inclinação da junta.
- Figura 5.98 Aderência média experimental e valores das normas internacionais para a série C50S-70I em função do ângulo de inclinação da junta.
- Figura 5.99 Aderência média experimental e valores das normas internacionais para a série C70S-70I em função do ângulo de inclinação da junta.
- Figura 5.100 Valores calculados de K1 para as séries ensaiadas.
- Figura 5.101 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C20S-20I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.102 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C20S-30I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.103 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C30S-30I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.104 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C30S-50I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.105 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C50S-50I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.106 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C50S-70I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.107 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C70S-70I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.108 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C20S-20I-45° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.109 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C20S-30I-45° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.110 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C30S-30I-45° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.

- Figura 5.111 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C30S-50I-45° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.112 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C50S-50I-45° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.113 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C50S-70I-45° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.114 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C70S-70I-45° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.115 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C70S-70I-45° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.116 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C20S-30I-60° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.117 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C30S-30I-60° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.118 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C30S-50I-60° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.119 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C50S-50I-60° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.120 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C50S-70I-60° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.121 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C70S-70I-60° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.122 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para as série C50R e C50S-50I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.123 Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C70R e C70S-70I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.124 Variação da tensão de ruptura entre as séries C50 e C70 em função do ângulo de inclinação da junta.
- Figura 5.125 Variação da tensão de ruptura entre a série C50R e C50S-50I em função do ângulo de inclinação da junta, para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.126 Variação da tensão de ruptura entre a série C70R e C70S-70I em função do ângulo de inclinação da junta, para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.
- Figura 5.127 Concreto sob solicitação biaxial de YU et al. (2009).

LISTA DE TABELAS

- Tabela 4.1Consumo de material por m³ de concreto.
- Tabela 4.2Resistência à compressão do concreto.
- Tabela 4.3Módulo de elasticidade do concreto.
- Tabela 4.4Resistência à tração do concreto.
- Tabela 4.5Resistência à tração e deformação específica.
- Tabela 4.6Tensões de ruptura das peças ensaiadas com junção a 30°.
- Tabela 4.7Tensões de ruptura das peças ensaiadas com junção a 45°.
- Tabela 4.8Tensões de ruptura das peças ensaiadas com junção a 60°.
- Tabela 4.9 Cilindros C20S-20I-30°.
- Tabela 5.1Rugosidade média e frequência para as classes C20, C30, C50 e C70.
- Tabela 5.2Parâmetros para utilização da TRU.
- Tabela 5.3Variação da tensão de ruptura média das séries C50S-50I e C70S-70I emrelação as séries C50-R e C70R, respectivamente.
- Tabela 5.4Tensão média de aderência para as séries C50S-50I, C50S-70I e C70S-70I.
- Tabela 5.5Variação da tensão de ruptura para as séries C50S-50I em relação aos valores
médios de *fc* para C50-R.
- Tabela 5.6Variação da tensão de ruptura para as séries C70S-70I em relação aos valores
médios de *fc* para C70-R.
- Tabela 6.1Valores médios para tensão de ruptura.
- Tabela 6.2Valores médios para tensão normal ao plano inclinado.
- Tabela 6.3Valores médios para tensão de aderência.

LISTA DE QUADROS

- Quadro 2.1 Cronologia da Teoria da Plasticidade.
- Quadro 2.2 Vantagens e desvantagens do critério de ruptura de Coulomb–Mohr; CHEN (2007).
- Quadro 2.3 Critérios de ruptura e números de parâmetros envolvidos.
- Quadro 2.4 Casos especiais da TRU.

LISTA DE SÍMBOLOS

Romanos

Ac	Seção de concreto resistente ao cisalhamento
A_t	Área da superfície da fissura
Avf	Armadura de cisalhamento
b	Parâmetro que representa a influência da tensão cisalhante máxima
	intermediária $\tau 12$ e $\tau 23$ na ruptura do material
с	Coesão
c	Parâmetro de resistência do material
cn	Coeficiente de frequência
d	Diâmetro do corpo de prova (mm)
$dA_{\theta c}$	Área da unidade de contato
D_{max}	Dimensão máxima do agregado
Ec	Módulo de elasticidade
Ecs	Módulo de deformação secante
F	Força máxima obtida no ensaio (kN)
$f2(\theta)$	Função densidade de contato para CAR
$f(\theta)$	Função densidade de contato para CRN
f_c	Resistência à compressão do concreto
f_{c}	resistência à compressão do concreto
fcc	resistência à compressão do concreto
f _{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
f_{cm} , fc'	Resistência média do concreto à compressão
f_{ctm}	Resistência média do concreto à tração
f_t	Resistência à tração uniaxial
fctd	Tensão de tração

Fn	Resultante das forças que atuam no elemento de área
ftD	Resistência à tração por compressão diametral
fy	Tensão de escoamento do aço
I1	Primeiro invariante ou linear
I2	Segundo invariante ou quadrático
I3	Terceiro invariante ou cúbico
J1, J2, J3	Invariantes do tensor desviador
k	Fator de interação relativo ao atrito
$K(\omega)$	Taxa efetiva de contato
K1	Parâmetro que assume valores de 400 psi, 200 psi e 250 psi em função do tipo
	de concreto
L	Altura do corpo de prova
l, m, n	Cossenos diretores
n	valor da rugosidade no ponto
n	Variação dos níveis de aplicação de força, 0,1, 0,7 ou 0,8
pij	Tensor esférico
r	Distância desviadora
r	Rugosidade média
rt0	Distância desviadora para $\theta = 0^{\circ}$
rc0	Distância desviadora para $\theta = 60^{\circ}$
<i>r</i> ₂₀	expressão para rugosidade média imposta para C20
<i>r</i> ₃₀	expressão para rugosidade média imposta para C30
<i>r</i> ₅₀	expressão para rugosidade média imposta para C50
<i>r</i> ₇₀	expressão para rugosidade média imposta para C70
s1, s2, s3	Tensões desviadoras principais
sij	Tensor desviador
T	Vetor de tensão no ponto
T^{1}, T^{2}, T^{3}	Vetores de tensão cujos versores normais são os versores dos eixos
	coordenados
Vn	Resistência nominal ao cisalhamento
Vu	Força última de cisalhamento
Х	Comprimento do trecho no qual é medido a rugosidade, em 1 mm

Gregos α	
α	Ângulo de inclinação das tensões principais
α	Ângulo entre armadura e o elemento estrutural
β	Fator de interação relativo a ação de pino
β	Coeficiente que representa o efeito da tensão normal na ruptura
βct, μ, β2	Fator de ancoragem da armadura
β, c, α	Funções empíricas calibradas por meio de resultados experimentais
γχ, γγ ε γz	Parâmetros de material – Critério de YU (2009)
ΔΑ	Distorções específicas
δij	Elemento de área
EC 33	Delta de Kronecker
03	Deformação específica
εn	Deformação específica correspondente à leitura 10
εх, εу, εz	Deformação específica correspondente à tensão σ n
θ	Deformações específicas normais
θ_c	Direção da tensão octaédrica cisalhante ou ângulo de similaridade
μ	Ângulo de inclinação da unidade de contato
ν	Atrito interno do concreto
vRdj	Força axial relativa
vRdi	Tensão cisalhante resistente
ξ	Tensão resistente ao cisalhamento
ρv	Distância hidrostática
ρ	taxa de armadura que intercepta a fissura
ρ	taxa de armadura que intercepta a fissura
ρν	Taxa geométrica da armadura que costura a junta
σ_n	Taxa geométrica de armadura que intercepta o plano fissurado
σn	tensão atuante
$\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$	tensão considerada para cálculo do módulo secante
$\sigma_{12}, \sigma_{21}, \sigma_{13},$	Componentes normais do tensor de tensão
$\sigma_{23}, \sigma_{31}, \sigma_{33}$	
σc	Componentes tangenciais do tensor de tensão
σm	Tensão de compressão

σ_{con}	Tensão média
σ_{oct}	Tensão normal de contato
σα, τα	Tensão normal octaédrica
σ_{ij}	Tensões normal e tangencial ao plano α
$ au_{ad}(\omega)$	Tensor de tensão
$ au_u$	Adesão
$ au_c$	tensão cisalhante última
$ au_c$	Tensão de adesão
$ au_{xy}$	tensão de adesão
$\tau(\omega)$	Tensão de cisalhamento no plano xy
$ au_R(\omega)$	Tensão de cisalhamento total atuante na junta
$\tau R(\omega)$	Tensão relativa ao atrito
$ au_B(\omega)$	Tensão relativa ao atrito
$\tau B(\omega)$	Tensão resistida pela armadura
$ au_{oct}$	Tensão resistida pela armadura
φ	Tensão tangencial octaédrica
ω	Ângulo de atrito interno do material
ω	Frequência
ω	Taxa mecânica da armadura
ω	Abertura da fissura
$\Omega(\theta_c)$	Função densidade de contato (FDC)

LISTA DE ABREVIATURAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ACI	American Concrete Institute
CAR	Concreto de alta resistência
CRN	Concreto de resistência normal
EUROCODE	European Committee for Standardization
FIB	Fédération Internationale du Béton
TRU	Teoria da Resistência Unificada
USB	Universal Serial Bus

RESUMO

Este trabalho teórico-experimental teve por objetivo estudar o comportamento de concretos de diferentes resistências à compressão colados com adesivo/resina epóxi, além de compor o estado de tensões na região da junta de colagem entre os concretos. Para tal, elaborou-se um programa experimental que contemplou a execução de 93 corpos de prova cilíndricos de concreto de 100 mm x 200 mm. Os parâmetros variados foram a resistência média do concreto à compressão (20 MPa, 30 MPa, 50 MPa e 70 MPa) e o ângulo de inclinação entre as partes de concreto coladas (30°, 45° e 60°). Todos os corpos de prova foram ensaiados à compressão simples, tendo sido monitoradas as cargas de compressão e as deformações específicas longitudinal, inclinada à 45° e transversal até a ruptura destes. Antes da colagem entre as partes de concretos, as superfícies destas foram jateadas com água para se criar rugosidade, o que é a uma recomendação do fabricante da resina epóxi para melhor aderência. Determinaram-se os parâmetros para composição das envoltórias de ruptura para o estado plano de tensões propostas por YU (2004). As características relativas à rugosidade das superfícies das partes coladas dos concretos foram avaliadas e mensuradas por meio do uso de um microscópio digital USB, que serviram de base para a proposição de funções de rugosidade. Verificou-se que os corpos de prova colados de menores resistências (20 MPa e 30 MPa) apresentaram ruptura monolítica, similar à de concretos sem cola. Em contrapartida, os que tinham maiores resistências (50 MPa e 70 MPa), a ruptura ocorreu em geral na região da junta de colagem entre os concretos de forma brusca/frágil. Constatou-se que a resistência à compressão dos corpos de prova colados foi menor cerca de 20% que a dos corpos de prova sem cola para os concretos de 50 MPa e 31% para 70 MPa, e quanto maior o ângulo de inclinação entre as partes de concreto coladas menor a resistência. Todas as expressões propostas para avaliação da tensão de aderência entre concretos colados levaram a valores conservadores em relação aos experimentais, a menos da expressão proposta pelo BULLETIN 42:2008. Observou-se que a rugosidade média foi próxima da dimensão do agregado miúdo e maior para os concretos de menor resistência que a para os concretos de maior resistência, apesar do processo de jateamento ter sido o mesmo. Concluiu-se que o ângulo de inclinação entre as partes de concreto coladas ótimo a ser utilizado na colagem de concretos tende a situar-se entre 30° e 45°.

Palavras-chave: concreto, concreto de alta resistência, resina epóxi, rugosidade, estruturas.

ABSTRACT

This theoretical and experimental work aimed at studying the behavior of concretes of different strengths bonded with adhesive/epoxy resin in face of compression, besides composing the stress state in the joint bonding region between the concretes. To this end, an experimental program that included the execution of 93 cylindrical specimens of concrete 100 mm x 200 mm was elaborated. The varied parameters were the average compressive strength of concrete (20 MPa, 30 MPa, 50 MPa and 70 MPa) and the tilt angle between the concrete bonded parts (30°, 45° and 60°). All specimens were tested for simple compression and monitored for compression loads and specific longitudinal deformations, inclined at 45° and transversal to the rupture. Before putting the bond between the parts of concrete, these surfaces were sandblasted with water to create roughness, which is a recommendation of the manufacturer of epoxy resin for better grip. We determined the parameters for the yield loci for the plane stress state proposed by YU (2004). Characteristics relating to roughness of the surfaces of the bonded parts of the concrete were evaluated and measured through the use of a USB digital microscope, which served as basis for the roughness functions proposition. It was found that the specimens bonded of lower resistance (20 MPa and 30 MPa) had monolithic failure similar to the concrete without adhesive. In contrast, in those who had higher strengths (50 MPa and 70 MPa) the rupture occurred generally in the joint region between the concrete in a abrupt / fragile way. It was found that the compression strength of the bonded specimens was about 20% lower than that of bondless specimens to the concrete of 50 MPa, and about 31% to the 70 MPa, and the greater the tilt angle between the bonded parts of concrete the lower the resistance. All expressions proposed for the evaluation of bonding stress between bonded concrete led to conservative values in relation to the experimental ones, unless for the expression proposed by BULLETIN 42:2008. It was observed that the average roughness was approximated to the fine aggregate and greater for concretes of lower resistance and smaller for the ones of higher resistance, in spite of the blasting process being the same. It was concluded that the optimum angle of inclination to be used for bonding in specimens of concrete tends to be between 30° and 45° .

Palavras-chave: concrete, high strength concrete, epoxi resin, roughness, structures.

1 INTRODUÇÃO

O desenvolvimento das estruturas de concreto pré-moldadas, conforme pode ser visualizado na Figura 1.1, e, em especial, das juntas e conexões nelas utilizadas, vem recebendo, sistematicamente, contribuições para o melhor entendimento do seu comportamento.

O avanço dos materiais de construção, tendo, como base a durabilidade e a resistência hoje alcançadas, vem propiciando uma série de pesquisas que tem aprimorado o estado-da-arte sobre estruturas de concreto.

A possibilidade de utilização desses conceitos no projeto, reparo e reabilitação de estruturas de pontes, torna esse assunto atrativo e, ao mesmo tempo, desafiador face ao desenvolvimento da tecnologia dos materiais que constituem essas estruturas.



Figura 1.1 – Ponte contínua com vigas I pré-moldadas; FIB BULLETIN 29:2004.

1.1 METODOLOGIA

A sistemática utilizada é, primeiro, avaliar o problema das ligações e juntas em estruturas de concreto armado e protendido. Foram levantadas várias pesquisas encontradas na literatura, com o fim de formar um embasamento teórico-experimental, além da normalização existente. Uma metodologia alicerçada na experimentação e calibragem dos modelos que permitam fornecer dados quanto ao dimensionamento de estruturas e análise dos dados coletados foi elaborada, bem como sugestões para pesquisas futuras foram apresentadas.

A Figura 1.2 mostra o esquema da elaboração da pesquisa, onde ficam delineadas a abordagem do tema e metodologia a ser empregada.



Figura 1.2 – Esquema de elaboração da pesquisa.

1.2 BREVE HISTÓRICO

No decorrer das últimas décadas, vários pesquisadores têm contribuído para o desenvolvimento teórico-experimental do estudo de juntas e conexões em estruturas de concreto. EIBL *et al.* (1972), utilizando corpos de prova prismáticos, desenvolveram pesquisas sobre a adesão entre concretos (Figura 1.3), adicionando resinas epóxi à argamassa utilizada como ligação entre as peças pré-moldadas de concreto, e chegaram à conclusão que a introdução do aditivo aumenta a resistência da junção em 2,6 vezes em relação à do concreto normal utilizado.



a) b) Figura 1.3 – EIBL *et al.* (1972): a) Esquema de ensaio; b) corpos de prova ensaiados.

KUPFER (1972), a pedido do consórcio responsável pela obra, desenvolveu um trabalho para a Ponte Rio-Niterói (Ponte Presidente Costa e Silva), que avaliou o comportamento da junção de peças pré-moldadas de concreto armado por meio de ensaios (Figura 1.4). Esses ensaios não eram realizados no Brasil à época, daí a consulta a pesquisadores alemães. Os resultados obtidos permitiram a execução, com êxito, das aduelas pré-moldadas protendidas da ponte Rio-Niterói.



Figura 1.4 - Ensaio realizado por KUPFER (1972).

JANSZE e WALRAVEN (1996) estudaram o comportamento de juntas entre corpos de prova de concreto de resistência normal (CRN) e de alta resistência (CAR) submetidos a forças de compressão e cisalhamento. Esses autores utilizaram resinas epoxídicas e argamassas poliméricas modificadas para junção dos corpos de prova. Verificaram que, no conjunto CRN x resina epoxídica, a ruptura ocorre no concreto, enquanto no conjunto CAR x resina epoxídica, a ruptura se dá na junta propriamente dita. Analisaram com o uso do método dos elementos finitos (MEF) o pico de tensões nas interfaces em virtude da diferença de materiais (Figura 1.5).



Figura 1.5 – Simulação numérica desenvolvida por JANSZE e WALRAVEN (1996).

ZILCH e REINECKE (2000), conforme mostra a Figura 1.6, além de investigar as parcelas relativas à adesão ao atrito e à ação de pino, também avaliaram o comportamento da rugosidade entre as peças pré-moldadas e os métodos por eles utilizados. Esses pesquisadores recomendaram a utilização do CAR em aplicação nas estruturas com CRN.



Figura 1.6 – ZILCH e REINECKE (2000): a) corpos de prova para determinação da adesão relacionada à capacidade resistente tangencial; b) corpos de prova para determinação da capacidade tangencial.

JULIO *et al.* (2005) usaram o jateamento de areia para criar rugosidade nas paredes dos corpos de prova utilizados como base de concreto antigo. Os elementos estruturais ensaiados eram compostos por concreto antigo e concreto novo adicionado diretamente à superfície tratada. Verificaram que ocorre uma variação entre o modo de ruptura do modelo estudado e outros concretados de uma única vez. Esses autores recomendam um aumento dos valores de cálculo preconizados pelo Eurocode 2:2004.



Figura 1.7 – Corpo de prova utilizado por JULIO et al.(2005).

ZHU (1989) pesquisou a união entre concreto novo e antigo com ênfase na resistência à tração na interface. Considerou que o ensaio de tração por compressão diametral apresenta, em sua maioria, ruptura ao longo da interface. Esse pesquisador avaliou apenas a resistência nominal à tração, uma vez que a distribuição de tensão na interface, com carga máxima, era incerta.

1.3 OBJETIVOS

O principal objetivo desta tese é estudar o comportamento de juntas entre concretos de diferentes resistências e idades, bem como a distribuição de tensões que atuam nessa interface.

As superfícies dos corpos de prova a serem ligados foram inicialmente tratadas por jateamento de água sob pressão, sendo posteriormente fotografadas por microscópio USB. Por meio de método estatístico, é apresentada uma proposta para função de densidade com vistas a representar a rugosidade média para os CRN e CAR utilizados.

São estudadas as envoltórias das tensões de ruptura dos elementos ensaiados e a apresentação gráfica do comportamento das tensões e deformações específicas utilizando o modelo de YU (2004).

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

A revisão bibliográfica é apresentada no segundo capítulo, onde são abordadas formulações teóricas sobre análise de tensões, invariantes e critérios de ruptura de acordo com trabalhos encontrados na literatura e em normas estrangeiras.

O terceiro capítulo é dedicado ao estudo das juntas em concreto armado, apontando as principais pesquisas já desenvolvidas, suas propostas para determinação de tensões atuantes nessas interfaces, bem como prescrições normativas internacionais.

O relato sobre o programa experimental é desenvolvido no capítulo 4, apresentando as características dos modelos utilizados para o entendimento do comportamento das tensões atuantes na junção dos corpos de prova.

A apresentação dos resultados e as análises dos dados coletados constam do capítulo

5.

O capítulo 6 apresenta as conclusões e as sugestões para trabalhos futuros.

2 TEORIA DA PLASTICIDADE APLICADA AO CONCRETO

2.1 NOTAS INICIAIS

Neste capítulo, são apresentados os conceitos clássicos da Teoria da Plasticidade, utilizados na verificação e análise dos dados experimentais, para o estabelecimento de um modelo que represente o comportamento do estado de tensão dos elementos estudados.

São abordados temas como o conceito de tensor de tensões e seus invariantes, tensões em plano genérico, tensões octaédricas e critérios de ruptura. É dada ênfase especial ao critério denominado Teoria da Resistência Unificada (TRU) de YU (2004), que considera as três tensões principais, sem desprezar a tensão principal intermediária.

2.2 TENSÃO NUM PONTO E TENSOR DE TENSÃO

A tensão num ponto fica definida por:

$$\lim_{\Delta A \to 0} \frac{F_n}{\Delta A} = T$$
 (2.1)

onde

 ΔA – elemento de área;

- $\vec{F_n}$ resultante das forças que atuam no elemento de área;
- \overrightarrow{T} Vetor de tensão no ponto.



Figura 2.1 – Tensão no ponto: a) Vetores de tensão nos três planos mutuamente perpendiculares; b) componentes do vetor de tensão associadas ao plano com normal na direção do eixo x₁; CHEN (2007).

Desse modo, o tensor de tensão é formado pela consideração dos três vetores de tensão, cujos vetores normais são os versores $\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3}$, ficando representado pela matriz:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} T^1 \\ T^2 \\ T^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$
(2.2)

sendo

 $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$ – componentes normais;

 $\sigma_{12}, \sigma_{21}, \sigma_{13}, \sigma_{23}, \sigma_{31}, \sigma_{32}$ – componentes tangenciais;

T¹, T², T³ – vetores de tensão cujos versores normais são os versores dos eixos coordenados.

Utilizando-se a notação de von Kármán (Eq. 2.3) e graficamente na Figura 2.2:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{bmatrix}$$
(2.3)



Figura 2.2 – Paralelepípedo elementar com as componentes de tensão associadas aos planos do sistema cartesiano; YU *et al.* (2009).

O estado de tensão no elemento pode ser caracterizado por três tensões normais, chamadas principais, quando as tensões tangenciais são nulas. Nesse caso, o estado de tensão fica definido pela matriz:

$$\sigma_i = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0\\ 0 & \sigma_2 & 0\\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$
(2.4)

Os planos onde atuam as tensões principais são denominados planos principais, e são, mutuamente, perpendiculares. A ausência de uma das tensões normais principais acarreta um estado plano de tensão ou biaxial, e, quando duas tensões são nulas tem-se o estado uniaxial de tensão.

As três tensões principais são as raízes da seguinte equação do terceiro grau:

$$\sigma^{3} - (\sigma_{x} + \sigma_{y} + \sigma_{z}).\sigma^{2} + (\sigma_{x} \sigma_{y} + \sigma_{y} \sigma_{z} + \sigma_{x} \sigma_{z} - \tau_{xy}^{2} - \tau_{yz}^{2} - \tau_{zx}^{2}).\sigma - (\sigma_{x} \sigma_{y} \sigma_{z} + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_{x} \tau_{yz}^{2} - \sigma_{y} \tau_{zx}^{2} - \sigma_{z} \tau_{xy}^{2}) = 0$$
(2.5)
Essa equação pode ser reescrita em função dos invariantes do tensor de tensão:

$$\sigma^3 - I_1 \sigma^2 + I_2 \sigma - I_3 = 0 \tag{2.6}$$

onde I1, I2 e I3 são invariantes do tensor de tensão, sendo

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \text{ (primeiro invariante ou linear)}$$
(2.7)

$$I_2 = \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_x \sigma_z - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2$$
(segundo invariante ou quadrático) (2.8)

$$I_3 = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2$$
(terceiro invariante ou cúbico) (2.9)

No caso do estado plano de tensão tem-se:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} (\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2}$$
(2.10)

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2}$$
(2.11)

O ângulo de inclinação das tensões principais, sendo o sentido horário como positivo, é dado por:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = -\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \tag{2.12}$$

No desenvolvimento da Teoria da Plasticidade, verificou-se a conveniência de se separar o tensor de tensão em duas partes; uma denominada tensor desviador s_{ij}, e outra denominada tensor esférico, p_{ij}.

$$\sigma_{ij} = s_{ij} + p_{ij} = s_{ij} + \sigma_m \delta_{ij}$$
(2.13)

O tensor esférico tem como componentes $\sigma_m \delta_{ij}$, onde σ_m é a tensão média (igual às tensões principais) e δ_{ij} é o delta de Kronecker, seguindo-se:

$$p_{ij} = \sigma_m \delta_{ij} = \sigma_m \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_m & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_m & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_m \end{bmatrix}$$
(2.14)

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{I_1}{3}$$
(2.15)

O tensor desviador é expresso por:

$$s_{ij} = \sigma_{ij} + p_{ij} = \sigma_{ij} + \sigma_m \delta_{ij}$$
(2.16)

Os invariantes do tensor desviador são grafados como J_1 , J_2 e J_3 e dados por:

$$J_1 = S_1 + S_2 + S_3 \tag{2.17}$$

$$J_2 = \frac{1}{2} S_{ij} \cdot S_{ij} = \frac{1}{6} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 \right]$$
(2.18)

$$J_3 = |S_{ij}| = S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \tag{2.19}$$

sendo s1, s2 e s3 as três tensões desviadoras principais.

A Figura 2.3 mostra a representação das tensões hidrostáticas e desviadoras no sistema referencial de Haig-Westergaard.



Figura 2.3 – Representação de tensor de tensões no sistema referencial de Haig-Westergaard; modificada de HASHIGUCHI (2009).

O invariante I_1 é relacionado à pressão hidrostática, e J_2 e J_3 ao estado de cisalhamento puro.

2.3 TENSÕES EM PLANO GENÉRICO

O vetor de tensão num plano genérico é obtido com a consideração de equilíbrio estático num tetraedro infinitesimal, formado pelos planos das três direções principais (Figura 2.4).



Figura 2.4 - Tensões num tetraedro infinitesimal; YU et al. (2006).

As tensões normal e cisalhante nesse plano, grafadas como σ_{α} e τ_{α} , cujas normais tem cossenos diretores *l*, *m* e *n*, é dada por:

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_1 l^2 + \sigma_2 m^2 + \sigma_3 n^2 \tag{2.20}$$

$$\tau_{\alpha} = \sigma_1^2 l^2 + \sigma_2^2 m^2 + \sigma_3^2 n^2 - (\sigma_1 l^2 + \sigma_2 m^2 + \sigma_3 . n^2)$$
(2.21)

As três tensões tangenciais máximas τ_{13} , τ_{12} e τ_{23} são obtidas pelas seguintes expressões:

$$\tau_{13} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \tag{2.22}$$

$$\tau_{12} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \tag{2.23}$$

$$\tau_{23} = \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3) \tag{2.24}$$

A tensão tangencial máxima atua em um plano entre a maior e menor tensão principal, sendo dada por:

$$\tau_{max} = \tau_{13} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \tag{2.25}$$

Para as tensões normais correspondentes às tensões principais σ_{13} , $\sigma_{12} e \sigma_{23}$, tem-se:

$$\sigma_{13} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3)$$
 (2.26)

$$\sigma_{12} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$$
(2.27)

$$\sigma_{23} = \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \tag{2.28}$$

A Figura 2.5, retirada de YU *et al.* (2009), mostra as direções das tensões normais e tangenciais principais.



Figura 2.5 – Direções das tensões normais e tangenciais principais; YU et al. (2009).

2.4 TENSÕES OCTAÉDRICAS

São as tensões atuantes em planos octaédricos (têm igual inclinação em relação às direções principais de tensões), cujos cossenos diretores do vetor normal n são dados por:

$$l = m = n = \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$
(2.29)

Existem oito planos cujas normais atendem a essa condição, formando um octaedro regular (Figura 2.6).



Figura 2.6 - Planos octaédricos; SÁNCHEZ (2000).

As tensões octaédricas são dadas por:

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3}\sigma_{ii} = \frac{1}{3}I_1 = \sigma_m$$
(2.30)

$$\tau_{oct} = \pm \frac{1}{3} \Big[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \Big]^{1/2}$$
(2.31)

A Figura 2.7 mostra um dos planos octaédricos.



Figura 2.7 – Tensões octaédricas; SÁNCHEZ (2000).

A expressão 2.28 pode ser reescrita em função dos invariantes do tensor de tensão, assim:

$$\tau_{oct} = \pm \frac{\sqrt{2}}{3} [I_1^2 - 3I_2]^{\frac{1}{2}}$$
(2.32)

As tensões σ_{oct} e τ_{oct} são constantes para as oito faces do octaedro. Para materiais homogêneos e isótropos, a tensão normal octaédrica modifica o volume do sólido sem alterar a sua forma, enquanto a tensão tangencial octaédrica causa modificação da forma do sólido sem alterar o seu volume.

2.5 DEFORMAÇÃO NUM PONTO

De forma análoga à análise de tensões, um sólido ao se deformar tem no seu interior um ponto cujos deslocamentos têm componentes u, v, e w, relacionados aos eixos cartesianos ortogonais x, y e z. As deformações específicas normais, ε_x , ε_y e ε_z , e as distorções, γ_x , γ_y e γ_z , são dadas pelas expressões:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \tag{2.33}$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \tag{2.34}$$

$$\varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \tag{2.35}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial_u}{\partial_y} + \frac{\partial_v}{\partial_x} \tag{2.36}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial_v}{\partial_z} + \frac{\partial_w}{\partial_y} \tag{2.37}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial_u}{\partial_z} + \frac{\partial_w}{\partial_x} \tag{2.38}$$

Essas seis componentes de deformação descrevem o estado de deformação no ponto considerado. Em caso de uma das componentes ser nula, recai-se no estado plano de deformação (γ_{xy} , γ_{yz} e γ_{zx} =0), daí:

$$\varepsilon_I = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\varepsilon_x - \varepsilon_y\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2}$$
(2.39)

$$\varepsilon_2 = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} - \sqrt{\frac{1}{4} \left(\varepsilon_x - \varepsilon_y\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{xy}}{2}\right)^2} \tag{2.40}$$

2.6 CRITÉRIOS DE RUPTURA

Um elemento estrutural tende a se deformar quando submetido a ações que podem ser oriundas de carregamentos ou em função de variações de temperatura.

Essas deformações são consideradas elásticas se reversíveis quando cessam as ações que as provocam, ou plásticas, quando essas variações se tornam definitivas e irreversíveis.

Nos casos nos quais se considera elasticidade perfeita, as relações força *versus* deslocamento e tensão *versus* deformação específica são ditas lineares. A maioria dos materiais utilizados em engenharia apresenta, até certo ponto, propriedades elásticas, isto é, a relação entre as tensões e deformações específicas é linear.

Em estruturas usuais de engenharia, os materiais utilizados encontram-se, quase em sua totalidade, submetidos a estados biaxiais ou triaxiais de tensão.

YU *et al.* (2009) relatou que a extensão inadvertida e equivocada de conceitos de estados uniaxiais de tensão para estados multiaxiais pode acarretar graves problemas para a estrutura

concebida dessa forma. A combinação de tensões no estado biaxial ou triaxial, com valores inferiores ao do uniaxial, pode ultrapassar a capacidade resistente da estrutura.

Outro ponto interessante para o embasamento teórico de pesquisas em Teoria da Plasticidade é a consideração de isotropia para o concreto, mantendo as propriedades idênticas nas diversas direções, o que se torna condição possível e admissível para o desenvolvimento de trabalhos teórico-experimentais sobre esse assunto.

2.6.1 Escorço da Teoria da Plasticidade

Os materiais frágeis, como o vidro, concreto ou mesmo rochas, submetidos a um determinado estado de tensão, apresentam uma pequena elasticidade, ou seja, não são dúcteis.

GUERRANTE (2006) apresentou um pequeno histórico sobre o desenvolvimento da Teoria da Plasticidade, mostrado no Quadro 2.1.

Ano	Pesquisador	Evento	
1858	Rankini	Critério de ruptura baseado na resistência à tração do material.	
1864	Tresca	Artigo sobre a extrusão de metais. Figura 2.8	
1870	Saint-Venant	Relações constitutivas, no estado plano, de um material rígido- plástico.	
1913	von Mises	Critério de plastificação – Invariante de tensões desviadoras $J_{2.}$ Figura 2.8.	
1924	Prandtl	Incluiu, nas equações desenvolvidas por Saint-Venant/von Mises, a componente elástica da deformação, conceituando o modelo elastoplástico.	
1928	von Mises	Generalização do trabalho anterior para permitir a adoção de uma função de plastificação arbitrária.	
1930	Reuss	Extensão para o caso tridimensional.	
1938	Melan	Contribuição para o desenvolvimento das relações constitutivas para materiais que apresentam o fenômeno de encruamento positivo (<i>hardening</i>).	
1949	Prager	Estabeleceu relações constitutivas para materiais com encruamento e superfícies de plastificação regulares.	
1951	Drucker	Postulado da estabilidade de um material.	
1974	Willian/Warnke	Critério de ruptura (fratura plástica) para o concreto baseado em estados de tensão tri e biaxiais.	

Quadro 2.1 – Cronologia da Teoria da Plasticidade (GUERRANTE, 2006).

A Figura 2.8 ilustra os critérios de plastificação de Tresca e o de Huber-von Mises-Hencky no sistema referencial de Haig-Westergaard. Estes dois critérios de plastificação são aplicáveis a materiais dúcteis.



Figura 2.8 – Critérios de plastificação de Tresca e de Huber- von Mises – Hencky.

2.6.2 Critério de Coulomb-Mohr

O critério de Coulomb–Mohr utiliza dois parâmetros, sendo o critério de ruptura mais utilizado em pesquisas, análise e dimensionamento de concreto (material SD – resistências distintas para tração e compressão), e assume que a ruptura do material é governada pela relação:

$$|\tau| = f(\sigma) \tag{2.41}$$

Esse critério parte do pressuposto de que a tensão limite de cisalhamento, num determinado ponto do plano, é dependente apenas do ângulo de atrito interno e da coesão do material.

A envoltória de ruptura para os círculos de Coulomb–Mohr correspondentes está representada na Figura 2.9.



Figura 2.9 - Envoltória de Coulomb-Mohr; CHEN (2007).

A envoltória da Figura 2.9 fica determinada em função de dados experimentais. A ruptura do material pode ocorrer tanto por fendilhamento quanto por separação.

A equação que representa essa envoltória é dada por:

$$|\tau| = c - \sigma \tan \varphi \tag{2.42}$$

onde

c – coesão;

 σ – tensão normal ao plano de ruptura;

 φ – ângulo de atrito interno do material.

Um caso especial ocorre quando não existe o atrito, isto é, quando o ângulo de atrito interno do material é nulo (φ =0), recaindo no critério da tensão de cisalhamento máxima ou chamado critério de Tresca, sendo τ =c, ou seja, a coesão é igual à tensão de plastificação no cisalhamento puro c=k.

A expressão 2.39 pode ser colocada em termos das tensões principais:

$$\sigma_1 \frac{1 + \operatorname{sen} \varphi}{2 \operatorname{c.cos} \varphi} - \sigma_3 \frac{1 - \operatorname{sen} \varphi}{2 \operatorname{c.cos} \varphi} = 1 \qquad \text{para} \quad \sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3 \tag{2.43}$$

ou

$$\frac{\sigma_1}{f_{t'}} - \frac{\sigma_3}{f_{c'}} = 1$$
 (2.44)

onde

$$f_c' = \frac{2c.\cos\varphi}{1 - \sin\varphi} \tag{2.45}$$

$$f_t' = \frac{2c \cdot \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} \tag{2.46}$$

Em relação aos dois parâmetros utilizados pelo critério, pode-se fazer uma série de combinações como (c,φ) , (f_c', f_t') , (f_t',φ) , entre outras, que são passíveis de observações experimentais e que podem caracterizar adequadamente o material.

CHEN (2007) utilizou os parâmetros f_c ' e *m*, assim com a Expressão 2.44 tem-se:

$$m = \frac{1 + \sin\varphi}{1 - \sin\varphi} = \frac{f'_c}{f'_t}$$
(2.47)

A expressão 2.1 pode ser reescrita como:

$$m.\sigma_1 - \sigma_3 = f_c'$$
 sendo $\sigma_1 \ge \sigma_2 \ge \sigma_3$ (2.48)

Nos ensaios de RICHARD et al. (1928), apud CHEN (2007), tem-se m = 4,1 para CRN.

A equação de Coulomb-Mohr pode ser reescrita em função dos invariantes como a seguir:

$$f(I_1, J_2, \theta) = \frac{1}{3} I_1 \operatorname{sen} \varphi + \sqrt{J_2} \operatorname{sen} \left(\theta + \frac{1}{3} \pi \right) + \frac{\sqrt{J_2}}{\sqrt{3}} \cos \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) \operatorname{sen} \varphi - c. \cos \varphi = 0$$
(2.49)

ou de forma análoga em função das variáveis r, $\xi e \theta$,

$$f(\xi, r, \theta) = \sqrt{2} \cdot \xi \cdot \operatorname{sen}\varphi + \sqrt{3} \cdot r \cdot \operatorname{sen}\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) + r \cdot \cos\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) \operatorname{sen}\varphi - \sqrt{6} \cdot c \cdot \cos\varphi = 0$$
(2.50)

onde

r – distância desviadora;

 ξ – distância hidrostática;

 θ –direção da tensão octaédrica cisalhante ou ângulo de similaridade.

sendo

$$r = \sqrt{2J_2} \tag{2.51}$$

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 \tag{2.52}$$

 $\operatorname{com} \quad 0 \leq \theta \leq \frac{1}{3}\pi.$

A Figura 2.10 representa, graficamente, o critério de Coulomb–Mohr no plano meridiano (Figura 2.10a) e no plano desviador (Figura 2.10b).



Figura 2 .10 – Critério de Coulomb–Mohr: (a) no plano meridiano $\theta=0$; (b) e a seção no plano desviador passando na origem (plano π_0).

onde

$$r_{t0}$$
 – distância desviadora para $\theta = 0^{\circ}$;

$$r_{c0}$$
 – distância desviadora para $\theta = 60^{\circ}$.

sendo

$$r_{t0} = \frac{2\sqrt{6}.\,c.\cos\varphi}{3 + \sin\varphi} = \frac{\sqrt{6}.\,f_c(1 - \sin\varphi)}{3 + \sin\varphi}$$
(2.53)

$$r_{c0} = \frac{2\sqrt{6}.\,c.\cos\varphi}{3 - \sin\varphi} = \frac{\sqrt{6}.\,f_c(1 - \sin\varphi)}{3 - \,\sin\varphi}$$
(2.54)

$$\frac{r_{t0}}{r_{c0}} = \frac{3 - \operatorname{sen}\varphi}{3 + \operatorname{sen}\varphi}$$
(2.55)

Algumas vantagens e desvantagens são apresentadas por CHEN (2007) a respeito do critério de Coulomb–Mohr (Quadro 2.2).

Vantagens	Desvantagens	
1– Considerando-se a simplicidade do critério, os desvios verificados em relação a ensaios experimentais, não o invalidam para a região de interesse prático.	 1- A influência da tensão intermediária não é computada. 	
2– Pode representar parcialmente os modos de ruptura na tração e compressão.	2– Os meridianos são linhas retas.	
	3– As seções de ruptura no plano desviador são curvas similares com taxa r_t/r_c constante = 0,663 correspondente a m=4,1.	
	4– A superfície de ruptura não é suave, e as arestas ou singularidades são de difícil manuseio na análise numérica.	

Quadro 2.2 - Vantagens e desvantagens do critério de ruptura de Coulomb-Mohr; CHEN (2007).

NIELSEN (1999) relatou alguns pontos importantes em relação ao critério desenvolvido por Coulomb (1776), denominado de Teoria do Atrito. Este critério é baseado na observação de que a ruptura ocorre ao longo de linhas de ruptura, cuja resistência é determinada pelo ângulo de atrito interno do material.



Figura 2.11– Critérios de ruptura: a) envoltória de ruptura de Mohr ; b) hipótese do atrito de Coulomb; c) critério da tensão cisalhante de Tresca; NIELSEN (1999).

Para a maioria dos materiais as condições de ruptura são alcançadas, de forma razoável, com a combinação entre a hipótese do atrito de Coulomb e a limitação da tensão de tração máxima. Dessa maneira o critério resulta em dois tipos de ruptura diferentes: uma em virtude da combinação de tensões de compressão-cisalhamento, caracterizando a ruptura por fendilhamento, e a outra pela combinação tração-cisalhamento atingindo a ruptura por separação.



Figura 2.12 – Critério de ruptura para material de Coulomb modificado; NIELSEN (1999).

YU *et al.* (2009) apresentaram algumas considerações sobre o critério de ruptura de Mohr-Coulomb para materiais SD. Este critério, sendo uma extensão do critério de Tresca, tem como expressão:

$$\tau_{13} + \beta \sigma_{13} = c \tag{2.56}$$

ou

$$\sigma_1 - \alpha \sigma_3 = \sigma_t \tag{2.57}$$

onde

 β , *c*, α – parâmetros do material; σ_t – tensão de tração uniaxial.

Esse critério considera o efeito das tensões diferentes (materiais SD) com a introdução de um parâmetro extra do material no critério de Tresca.

A Figura 2.13 ilustra a representação do critério de Coulomb–Mohr para a superfície de ruptura, a seção de ruptura no plano desviador e a envoltória de ruptura no plano ($\sigma_2 = 0$).



Figura 2.13 – Superfície de ruptura, seção de ruptura no plano desviador e envoltória de ruptura no plano ($\sigma_2=0$) para o critéio de Coulomb–Mohr; YU *et al.* (2009).

YU *et al.* (2009) apresentaram um modelo matemático baseado no modelo de cisalhamento simples (YU, 1988) capaz de representar os critérios de Tresca e de Coulomb–Mohr (Figura 2.14).



Figura 2.14 – Modelo de cisalhamento simples do critério de Coulomb–Mohr; YU et al. (2009).

Em estados de tensões uniaxiais e biaxiais observa-se a deformabilidade volumétrica do concreto, denominada dilatância.

2.6.3 Outros Critérios de Ruptura

Diversos pesquisadores têm modificado os critérios apresentados, acrescentando parâmetros para tentar melhorar a representação dos resultados experimentais.

Apresentam-se no Quadro 2.3, alguns dos mais importantes critérios e os números de parâmetros utilizados.

CRITÉRIOS	PARÂMETROS ENVOLVIDOS	
Rankine		
Tresca	1	
Huber-von Mises		
Mohr-Coulomb	2	
Drucker-Prager	Ζ	
Bresler-Pister	3	
Willam-Warnke		
Ottosen		
Reimann	4	
Hsieh-Ting-Chen		
Willam-Warnke modificado CHEN (2007)	5	

Quadro 2.3 - Critérios de ruptura e números de parâmetros envolvidos.

JACINTHO e GIONGO (2005) apresentaram o critério base da NBR6118:2003, proposto em 1944 por Langendonck. Este critério é uma envoltória do tipo Mohr-Coulomb (Figura 2.15), e contempla os casos mais importantes na verificação da segurança de elementos estruturais. RÜSH (1975), citado por esses mesmos autores, realizou ensaios importantes nessa área, e seus resultados geraram o diagrama apresentado na Figura 2.16, que representa a superfície de ruptura biaxial para os diversos concretos analisados por esse autor.



Figura 2.15 – Envoltória simplificada de Mohr-Coulomb; modificada de JACINTHO e GIONGO (2005).



Figura 2.16 - Concreto sobre solicitação biaxial; modificada de JACINTHO e GIONGO (2005).

A NBR 6118:2003 indica que no estado múltiplo de tensão com o concreto submetido às tensões principais:

$$\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1 \tag{2.58}$$

deve atender à envoltória

$$\sigma_3 \le f_{ck} + 4\sigma_1 \tag{2.59}$$

onde as tensões de compressão são consideradas positivas, e as de tração, negativas.

O modelo utilizado pelo CEB-FIP 1990 foi proposto por KUPFER, HILSDORF e RÜSH (1973) para elementos de concreto em estado duplo de tensão, e, segundo BUCHAIM (2001), é o mais adequado para aplicações. Esses pesquisadores realizaram ensaios em 240 elementos de concreto de dimensões 200 mm x 200 mm x 50 mm, 28 dias após a concretagem, e com velocidade de deformação quase-estática. As resistências na compressão uniaxial foram 19 MPa, 31,5 MPa e 59 MPa. Nestes elementos, foram registradas as forças nas duas direções principais, e as deformações específicas nas três direções principais.

A Figura 2.17 mostra uma envoltória de tensões bi-axiais para um concreto C30.



Figura 2.17 - Resistência do concreto em estado duplo de tensão - classe C30; CEB-FIP (1990).

As expressões para calcular a resistência do concreto fornecidas pelo CEB-FIP(1990), são as seguintes:

i) compressão biaxial e tração-compressão

para
$$\sigma_{3f} < -0.96 f_{cm}$$
 $\sigma_{3f} = \frac{1+3.8\alpha}{(1+\alpha)^2} f_{cm}$ (2.60)

onde o valor de α é

$$\alpha = \frac{\sigma_{2f}}{\sigma_{3f}} \tag{2.61}$$

ii) tração biaxial

$$\sigma_{1f} = f_{ctm} = \text{constante} \tag{2.62}$$

iii) tração-compressão biaxial

para
$$\sigma_{3f} > -0.96 f_{cm}$$
 $\sigma_{1f} = \left(1 + 0.8 \frac{\sigma_{3f}}{f_{cm}}\right) f_{cm}$ (2.63)

2.7 TEORIA DA RESISTÊNCIA UNIFICADA

Muitos pesquisadores desenvolveram critérios para representar a plastificação de materiais. YU (2004) propôs a TRU que contempla os diversos critérios de plastificação. A Figura 2.18 apresenta uma comparação gráfica entre os critérios de Tresca, Huber-von Mises-Hancky e YU *et al.* (2009). Os dados experimentais utilizados nesse estudo são os de IVEY (1961) *apud* YU (2004), relativos ao alumínio, e os de TAYLOR e QUINNEY (1931) *apud* YU (2004), relativos ao aço. Para cada critério as tensões cisalhantes de plastificação alcançaram $\tau_y=0,5\sigma_y$ (Tresca), $\tau_y=0,577\sigma_y$ (Huber – von Mises –Hencky) e $\tau_y=0,667\sigma_y$ (YU, 2004). Essa comparação mostra pequenas variações nas tensões cisalhantes de plastificação, sendo que o critério de YU (2004) alcançou valores mais próximos aos resultados experimentais.



Figura 2.18 – Resultados experimentais de IVEY(1961) e TAYLOR e QUINNEY (1931); elipses de Tresca, Huber-von Mises- Hencky e YU (1961a).

YU *et al.* (2006) relataram que o critério desenvolvido por Drucker-Prager contradiz resultados experimentais para geomateriais.

O comportamento geral de funções de escoamento de materiais submetidos a estados de tensão complexos, segundo a Teoria da Resistência Unificada YU (2004), segue, para materiais isotrópicos, a formulação genérica apresentada na expressão 2.64:

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$$
 ou $F(I_1, J_2, J_3) = 0$ (2.64)

Todos os parâmetros descritos anteriormente devem ser considerados em um critério de plastificação como: efeito de resistências diferentes tração e compressão, efeito da pressão hidrostática, efeito da tensão normal, da tensão principal intermediária, tensão cisalhante máxima intermediária e da simetria da superfície de plastificação no plano desviador.

A função de plastificação também pode ser expressa em função das tensões cisalhantes máximas:

$$f(\tau_{13}, \tau_{12}, \tau_{23}) = 0 \quad \text{ou} \ f(\tau_{13}, \tau_{12}, \tau_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{12}, \sigma_{23}) \tag{2.65}$$

A Figura 2.19a ilustra um elemento cúbico, frequentemente utilizado para expressar o comportamento do estado de tensões ($\sigma_1, \sigma_2 \in \sigma_3$). A partir desse mesmo elemento, é possível representar a atuação de uma única tensão de cisalhamento (Figura 2.20b) capaz de introduzir as teorias de Tresca e Coulomb-Mohr.



Figura 2.19 – Elemento cúbico e tensão cisalhante simples; YU et al. (2009).

YU (2004) propôs dois novos parâmetros, um denominado de tensões cisalhantes gêmeas, e outro, de parâmetro cisalhante múltiplo. Esse autor converte as três tensões principais (estado de tensão principal) no estado de tensão cisalhante máxima (Figura 2.20).



Figura 2.20–Planos de tensões: a) elemento de tensões cisalhantes gêmeas; b) múltiplo; YU et al. (2006).

A existência de apenas duas tensões de cisalhamento máximas independentes permite converter em um estado de tensões cisalhantes gêmeas (τ_{13} , τ_{12} , σ_{13} , σ_{12}) ou (τ_{13} , τ_{23} , σ_{13} , σ_{23}). Esse é o estado de tensão ilustrado na Figura 2.21(a). Os oito planos onde atuam as tensões caracterizam um elemento octaédrico regular.

O modelo das tensões cisalhantes gêmeas é diferente dos propostos por ROS e EICHINGER (1926) e NADAI (1947) *apud* YU *et al.* (2006). Este modelo considera dois grupos de quatro seções mutuamente perpendiculares, com a atuação da tensão cisalhante máxima τ_{13} e da tensão máxima intermediária τ_{12} ou τ_{23} .

O elemento cisalhante múltiplo, mostrado na Figura 2.21(b), apresenta três tensões cisalhantes máximas τ_{13} , τ_{12} e τ_{23} no referencial de tensões principais σ_1 , σ_2 e σ_3 . De qualquer modo, mesmo usando este elemento, apenas duas tensões são independentes, pois a tensão cisalhante máxima é a soma das outras duas:

$$\tau_{13} = \tau_{12} + \tau_{23} \tag{2.66}$$

Os efeitos da tensão cisalhante máxima intermediária ($\tau_{12} e \tau_{23}$) são computados tanto no elemento de tensões cisalhantes gêmeas quanto no elemento múltiplo.

YU *et al.* (2009), por existirem sempre duas tensões cisalhantes máximas independentes, denominaram essa teoria de tensões cisalhantes gêmeas. A atuação das tensões se dá em oito planos em dois grupos de tensão de cisalhamento, que formam elementos octaédricos regulares (Figura 2.21).



Figura 2.21 – Elemento octaédrico ortogonal utilizado por YU et al. (2009) na teoria das tensões cisalhantes gêmeas.

É possível remover metade do octaedro regular, obtendo-se um elemento pentaédrico. YU *et al.* (2009) confirmaram que as relações entre tensões cisalhantes e tensões normais principais podem ser deduzidas por meio deste elemento. Assim sendo, a Teoria da Resistência Unificada pode ser desenvolvida tanto pelo elemento octaédrico como pelo pentaédrico.

A utilização desses elementos permite a formação de um modelo para o desenvolvimento dessa teoria (Figura 2.22).



(a) Modelo octaédrico ortogonal
 (b) modelo pentaédrico
 Figura 2.22 – Elementos sólidos espaciais utilizados por YU *et al.* (2009).

A TRU de YU (2004) considera todas as componentes de tensão que atuam no elemento, bem como todos os vários efeitos decorrentes de tensões na ruptura dos materiais. Assume que a plastificação dos materiais tem o seu início quando a soma das duas maiores tensões cisalhantes máximas e suas correspondentes normais alcançam um determinado valor c, seguindo-se:

$$F = \tau_{13} + b\tau_{12} + \beta(\sigma_{13} + b\sigma_{12}) = c, \quad quando \ \tau_{12} + \beta\sigma_{12} \ge \tau_{23} + \beta\sigma_{23}$$
(2.67)
Estado de tensão na tração estendido.

$$F = \tau_{13} + b\tau_{23} + \beta(\sigma_{13} + b\sigma_{23}) = c, \quad quando \ \tau_{12} + \beta\sigma_{12} \le \tau_{23} + \beta\sigma_{23}$$
(2.68)
Estado de tensão na compressão estendido.

onde

b – parâmetro que representa a influência da tensão cisalhante máxima intermediária τ_{12} e τ_{23} na ruptura do material;

 β – coeficiente que representa o efeito da tensão normal na ruptura;

c – parâmetro de resistência do material;

 τ_{13} , τ_{12} , τ_{23} – tensões cisalhantes máximas;

 σ_{13} , σ_{12} , σ_{23} – tensões normais correspondentes às tensões cisalhantes nas seções onde atuam.

Essas tensões são definidas por:

$$\tau_{13} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \tag{2.69}$$

$$\tau_{12} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \tag{2.70}$$

$$\tau_{23} = \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3) \tag{2.71}$$

$$\sigma_{13} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \tag{2.72}$$

$$\sigma_{12} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \tag{2.73}$$

$$\sigma_{23} = \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3) \tag{2.74}$$

As condições experimentais para determinação dos parâmetros β e *c*, são, respectivamente, a resistência à tração uniaxial e a resistência à compressão uniaxial:

$$\sigma_1 = \sigma_t \,, \ \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \tag{2.75}$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0 \quad , \quad \sigma_3 = -\sigma_c \tag{2.76}$$

As constantes dos materiais β e c, são determinadas por:

$$\beta = \frac{\sigma_c - \sigma_t}{\sigma_c + \sigma_t} = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha}$$
(2.77)

$$c = \frac{2\sigma_c \sigma_t}{\sigma_c + \sigma_t} = \frac{2}{1 + \alpha} \sigma_t \tag{2.78}$$

onde

 σ_c – tensão de compressão;

 σ_t – tensão de tração;

 α – razão em módulo entre a tensão de tração e tensão de compressão.

Com a substituição desses valores nas expressões 2.63 e 2.64, a Teoria da Resistência Unificada (TRU), expressa em termos de tensões principais, passa a ter a seguinte forma:

$$F = \sigma_1 - \frac{\alpha}{1+b}(b\sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_t, \quad quando \ \sigma_2 \le \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha}$$
(2.79)

Estado de tensão na tração estendido.

$$F' = \frac{1}{1+b}(\sigma_1 + b\sigma_2) - \alpha\sigma_3 = \sigma_t, \quad quando \ \sigma_2 \ge \frac{\sigma_1 + \alpha\sigma_3}{1+\alpha}$$
(2.80)

Estado de tensão na compressão estendido.

Para o estado de tensão de cisalhamento é necessário considerar três tensões de tração:

$$F'' = \sigma_1 = \sigma_t \text{ , quando } \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 > 0 \tag{2.81}$$

As relações entre resistência ao cisalhamento τ_0 , resistência à tração uniaxial σ_t e a resistência à compressão uniaxial σ_c , são determinadas pelas expressões:

$$b = \frac{(1+\alpha)\tau_o - \sigma_t}{\sigma_t - \tau_o} = \frac{1+\alpha - B}{B-1}$$
(2.82)

$$\alpha = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} \tag{2.83}$$

$$B = \frac{\sigma_t}{\tau_o} = \frac{1+b+\alpha}{1+b}$$
(2.84)

Essa teoria introduz a razão entre a resistência ao cisalhamento e a resistência à tração de material como:

$$\alpha_t = \frac{\tau_o}{\sigma_t} = \frac{1+b}{1+b+\alpha} \tag{2.85}$$

Essa razão descrita assume valores próximos a zero para materiais considerados frágeis (α_t <1), e próximos a 1 (α_t >1) para materiais com maior ductilidade, valores corroborados por ensaios experimentais.

A superfície limite pode não ser convexa quando a taxa entre resistência ao cisalhamento e a tração for:

$$\alpha_t < \frac{1}{1+\alpha} \quad ou \ \alpha_t = \frac{2}{2+\alpha} \tag{2.86}$$

Para materiais considerados não-SD (resistências iguais na tração e compressão) verifica-se que a resistência ao cisalhamento de um material é inferior a sua resistência à tração, mas para materiais SD, é necessário que se desenvolvam novos estudos a respeito.

2.7.1- Casos Especiais da TRU

O parâmetro *b* é considerado como sendo o mais importante da TRU, pois reflete a influência da tensão cisalhante principal intermediária na ruptura ou plastificação de um material, e também considera o efeito da tensão normal principal intermediária σ_2 na ruptura do material. É o parâmetro que determina o critério de ruptura. Variando-se esse parâmetro $(0 \le b \le 1)$, é possível se obter uma série de envoltórias de rupturas convexas que têm um significado físico claro (Figura 2.23).



Figura 2.23 – Seções de ruptura no plano desviador com variações do parâmetro b; YU (2004).

O Quadro 2.4 e a Figura 2.24 mostram várias representações das envoltórias em função da variação do parâmetro b.

Valores de b	Seção no plano desviador	Características
b = 0		Equivalente a Coulomb-Mohr
b = 1/4		Novo critério
b = 1/2		Recomendado por YU (2004) em substituição ao critério de Drucker-Prager
b = 3/4		Novo critério
b = 1		Idêntico ao critério da tensões cisalhantes gêmeas de YU (1983)

Quadro 2.4 – Casos especiais da TRU.



Figura 2.24 – Envoltórias de ruptura no espaço principal para os casos especiais b=0, b=1/2 e b=1; YU *et al.* (2009).

2.7.1.1 A TRU no Estado Plano de Tensão

Quando uma das tensões principais é nula, isto é, na ausência de uma das três tensões principais, o espaço principal onde atuam as tensões se transforma no estado plano de tensão. Nesse caso, em virtude da simetria da envoltória ($\sigma_1=\sigma_2$), apresenta três regiões distintas.

A primeira região, caracterizada quando se tem $\sigma_1 > \sigma_2 > 0$, sendo $\sigma_3 = 0$, é expressa por:

$$\sigma_1 - \frac{\alpha \cdot b}{1+b}\sigma_2 = \sigma_t$$
, quando $\sigma_2 \le \frac{\sigma_1}{1+\alpha}$ (2.87)

$$\frac{1}{1+b}\sigma_1 + \frac{b}{1+b}\sigma_2 = \sigma_t \text{ , quando } \sigma_2 \ge \frac{\sigma_1}{1+\alpha}$$
(2.88)

A segunda região fica determinada quando $\sigma_1 \ge 0$, $\sigma_2 = 0$, $\sigma_3 < 0$, sendo expressa por:

$$-\frac{\alpha}{1+b}(b.\sigma_2+\sigma_3) = \sigma_t, \text{ quando } \sigma_2 \le \frac{\alpha.\sigma_3}{1+\alpha}$$
(2.89)

$$\frac{b}{1+b}\sigma_2 - \alpha.\sigma_3 = \sigma_t, \text{ quando } \sigma_2 > \frac{\alpha.\sigma_3}{1+\alpha}$$
(2.90)

Os 12 lados da envoltória apresentada na Figura 2.25 são expressos por:

$$\sigma_1 - \frac{\alpha \cdot b}{1+b}\sigma_2 = \sigma_t \quad , \quad \sigma_2 - \frac{\alpha \cdot b}{1+b}\sigma_1 = \sigma_t \tag{2.91}$$

$$\frac{\alpha}{1+b}(\sigma_1 + b\sigma_2) = \sigma_t \quad , \quad \frac{\alpha}{1+b}(\sigma_2 + b\sigma_1) = \sigma_t$$
(2.92)

$$\sigma_1 - \frac{\alpha}{1+b}\sigma_2 = \sigma_t \quad , \quad \sigma_2 - \frac{\alpha}{1+b}\sigma_1 = \sigma_t \tag{2.93}$$

$$\frac{1}{1+b}\sigma_1 - \alpha\sigma_2 = \sigma_t \quad , \ \frac{1}{1+b}\sigma_2 - \alpha\sigma_1 = \sigma_t \tag{2.94}$$

$$\frac{\alpha}{1+b}(b\sigma_1 + \sigma_2) = -\sigma_t \quad , \quad \frac{\alpha}{1+b}(b\sigma_2 + \sigma_1) = -\sigma_t \tag{2.95}$$

$$\frac{b}{1+b}\sigma_1 - \alpha\sigma_2 = \sigma_t \quad , \ \frac{b}{1+b}\sigma_2 - \alpha\sigma_1 = \sigma_t \tag{2.96}$$

A Teoria da Resistência Unificada (TRU) fornece uma série de envoltórias de ruptura como a de Coulomb–Mohr, o critério das tensões cisalhantes gêmeas e outras envoltórias nãoconvexas.



Figura 2.25 – Variações da envoltória da TRU no estado plano de tensão para materiais SD; YU *et al.* (2009).

3 SOLICITAÇÕES EM JUNTAS DE ELEMENTOS ESTRUTURAIS DE CONCRETO

3.1 NOTAS INICIAIS

Neste capítulo, são abordados os estudos das solicitações normais e cisalhantes nas juntas de elementos estruturais de concreto com resistências e idades distintas.

O desenvolvimento desses conceitos está alicerçado em BIRKELAND *et al.* (1966), MATTOCK (1972, 1975), REINHARDT (1982), WALRAVEN *et al.* (1993), JANSZE e WALRAVEN (1996), ZILCH e REINECKE (2000), MAEKAWA *et al.* (2004).

São apresentadas as referências do EUROCODE2:2004, do ACI-318:2008, do Bulletim 42 da FIB:2008 e do MODEL CODE:2010 FIB BULLETIN 55, que incorporam várias das contribuições dos pesquisadores mencionados anteriormente.

3.2 ANALOGIA DA TEORIA DO ATRITO DE COULOMB

A teoria do atrito de Coulomb fornece resultados que permitem estimar a transferência de tensões cisalhantes ao longo das fissuras de elementos estruturais de concreto.

BIRKELAND *et al.* (1966) pesquisaram conexões na construção de concreto prémoldado, sendo que a relevância desse estudo propiciou uma série de discussões sobre o tema, uma vez que o desenvolvimento de construções pré-moldadas necessitava de soluções técnicas rápidas e fundamentadas teoricamente. Um dos pontos abordados por esses autores diz respeito às conexões entre lajes e vigas pré-moldadas, e lajes de continuidade em estruturas de pontes (Figura 3.1).



Figura 3.1 - Conexão para continuidade de painéis de lajes pré-moldados; BIRKELAND et al. (1966).

A hipótese de atrito apresentada por BIRKELAND *et al.* (1966) admite que as conexões se dão entre blocos de concreto similares, existindo um plano de ruptura entre eles (Figura 3.2).



Figura 3.2 – Plano de ruptura entre blocos de concreto. BIRKELAND et al. (1966).

A Figura 3.3 representa a hipótese de atrito de BIRKELAND et al. (1966).



Figura 3.3 - Hipótese de atrito utilizada por BIRKELAND et al. (1966).

Embora considerado como um avanço para o estudo de juntas e conexões, TANAKA *et al.* (2006) enfatizaram que a pesquisa desenvolvida por BIRKELAND *et al.* (1966) não considerou o efeito da coesão (Figura 3.4), ressaltando que foram os primeiros a introduzir uma função parabólica para expressar a resistência ao cisalhamento atuante em juntas e conexões de concreto pré-moldado.



Figura 3.4 - Efeitos da coesão, atrito e ação de pino entre elementos estudados por TANAKA et al. (2006).

MATTOCK *et al.* (1972) pesquisaram a transferência de solicitações em conexões de concreto pré-moldado com ênfase nos seguintes fatores:

- a) características do plano de cisalhamento;
- b) características da armadura;
- c) resistência do concreto;
- d) tensões atuantes no plano de cisalhamento.

A Figura 3.5 ilustra os três tipos de modelos experimentais utilizados por MATTOCK *et al.* (1972). Uma das primeiras conclusões apresentadas diz respeito à estimativa conservadora do ACI 318:71 para a transferência de tensões cisalhantes.



Figura 3.5 – Modelos experimentais para avaliação da transferência de tensões cisalhantes: (a) teste *push-off*; (b) teste *push-off* modificado; MATTOCK *et al.* (1972).

MATTOCK *et al.* (1975) apresentaram proposta recomendando um processo de cálculo de transferência de tensões cisalhantes em conexões de concreto. A Figura 3.6 ilustra os modelos experimentais utilizados nessa pesquisa.



Figura 3.6– Modelos experimentais tipo *push-off* utilizados nas séries A, B, C e D por MATTOCK *et al.* (1975).

Nas conclusões desses autores verificou-se o conservadorismo do ACI 318-71, e que a atuação simultânea de momento menor ou igual a resistência última de flexão da seção fissurada não reduz a tensão cisalhante, que pode ser transferida pela mesma fissura.

REINHARDT (1982) pesquisou a influência do comprimento das juntas na resistência ao cisalhamento. Os resultados obtidos por esse autor são apresentados na Figura 3.7. Nessa pesquisa, constatou-se a influência do comprimento da junta na ruptura por cisalhamento.



Figura 3.7- Influência do comprimento da junta na ruptura por cisalhamento; REINHARDT (1982).

WALRAVEN *et al.* (1993) pesquisaram o comportamento da transferência de tensão em concretos de alta resistência (100 MPa). Nesse caso, em função da menor resistência do agregado, fator importante na ruptura de concretos de alta resistência, a capacidade de transferência de tensões entre fissuras é significativamente reduzida.

As Figuras 3.8 e 3.9 ilustram esse mecanismo de transferência de tensões por atrito e por engrenamento dos agregados, respectivamente.



Figura 3.8 – Mecanismo de transferência de tensões por atrito; WALRAVEN et al. (1993).



Figura 3.9 - Tensões devido ao engrenamento dos agregados; WALRAVEN et al. (1993).

WALRAVEN *et al.* (1993) adotaram, para o cálculo da resistência ao cisalhamento, uma expressão que considera a resistência do concreto com um parâmetro introduzido por HSU e MAU (1988), isto é:

$$\frac{V_u}{f_c'} = 0,66 \sqrt{\omega} \le 0.3$$
 (3.1)

$$\omega = \rho_v \frac{f_y}{f_c'} \tag{3.2}$$

onde

- V_u força última de cisalhamento;
- ω taxa mecânica da armadura;
- ρ_{v} taxa geométrica de armadura que intercepta o plano fissurado;
- f_y tensão de escoamento do aço;
- $f_{\rm c}$ resistência à compressão do concreto.

A utilização de argamassas poliméricas e resinas epoxídicas em juntas de concreto foram pesquisadas por JANSZE e WALRAVEN (1996). Estes pesquisadores chegaram à conclusão que, para argamassas poliméricas modificadas, a adesão varia de 0,5 a 0,6, enquanto, para resina epoxídica, ocorre uma variação entre 0,3 e 0,4. Nas juntas, tanto para argamassa como para resinas, verificou-se um acréscimo na qualidade do conjunto que altera sua forma de ruptura para a interface da junta.

ZILCH e REINECKE (2000) desenvolveram um programa experimental que considerava três parcelas no mecanismo de transferência de tensões entre fissuras: a adesão, o

atrito e a parcela correspondente à armadura. A Figura 3.3 ilustra o comportamento dessas três parcelas.



Figura 3.10 – Variação das tensões em função da evolução da abertura de fissuras; ZILCH e REINECKE (2000).

Esses pesquisadores utilizaram uma expressão fornecida pela DIN1045-1:11/98 e pelo EUROCODE 2:2004:

$$\tau(\omega) = \tau_{ad}(\omega) + \tau_R(\omega) + \tau_B(\omega) \tag{3.3}$$

onde

 $\tau(\omega)$ – tensão de cisalhamento total atuante na junta;

 $\tau_{ad}(\omega)$ – adesão;

 $\tau_R(\omega)$ – tensão relativa ao atrito;

 $\tau_B(\omega)$ – tensão resistida pela armadura.

Considerando-se todas as parcelas, a tensão total resistente fica:

$$\nu_{Rdj} = \left[\beta_{ct}0, 10f_{ck}^{\frac{1}{3}} - \mu\sigma_N + \rho f_{yd}(\mu.sen\alpha + \cos\alpha)\right]b_j \leq \beta_2 \nu' f_{cd}b_j$$
(3.4)

onde

 v_{Rdj} – tensão cisalhante resistente;

 β_{ct} , μ , β_2 – funções empíricas calibradas por meio de resultados experimentais;

 f_{ck} – resistência característica à compressão do concreto;

 σ_N – tensão normal;

 $f_{\rm yd}$ – resistência ao escoamento do aço.
Com a finalidade de estudar e desenvolver um modelo capaz de representar a transferência de tensões em juntas e conexões, MAEKAWA *et al.* (2004) partiram inicialmente de modelos discretos de fissuração e os aprimoraram para utilizá-los em carregamentos cíclicos. Esses pesquisadores relataram que muita atenção foi dada, anteriormente ao deslocamento ao longo da fissura, ignorando a sua abertura (dilatância). Por essa razão, buscaram o desenvolvimento de um modelo constitutivo que considerasse essencialmente as características microfísicas da transferência de tensões, incluindo o comportamento elasto-plástico, a dilatância devido ao cisalhamento, a taxa de transferência de tensões e a geometria da superfície da fissura, propondo, assim, um modelo constitutivo mais geral.

Para a definição da função densidade de contato é necessário entender o comportamento dos vários tipos de concreto quanto à sua ruptura. O concreto de resistência normal (CRN) tem o plano de ruptura passando ao longo do agregado graúdo, enquanto, nos concretos de alta resistência (CAR) ou concreto leve (CL), este plano passa pelo agregado. Por essas características, o CRN tem sua superfície de ruptura mais rugosa, enquanto os outros tipos não. Essas características são destacadas nas Figuras 3.11a e b.



Figura 3.11 – Superfície de ruptura no concreto: a) concreto de resistência normal; b) concreto de alta resistência; AÏTCIN (2000).

A proposta básica de MAEKAWA *et al.* (2004) parte dos parâmetros mostrados nas Figuras 3.12 e 3.13, e tem a geometria da superfície da fissura e a direção da tensão como fatores preponderantes.



Figura 3.12 - Notações definidas por MAEKAWA et al. (2004).

A função densidade de contato representa de forma simplista a medida bidimensional da projeção de várias fissuras e o cálculo da distribuição das várias unidades de contato na superfície da fissura (Figura 3.13). Devido à existência dos dois tipos de concretos principais, CRN e CAR, MAEKAWA *et al.* (2004) apresentaram dois tipos de função (expressões 3.6 e 3.7), representativas para cada um.



Figura 3.13 – Projeção bidimensional da superfície fissurada do concreto e a correspondente distribuição das unidades de contato: a) concreto de resistência normal; b) concreto de alta resistência; MAEKAWA *et al.* (2004).

A área de unidade de contato é definida por:

$$dA_{\theta c} = A_t \Omega(\theta_c) d\theta \tag{3.5}$$

sendo

 $dA_{\theta c}$ – área da unidade de contato;

 θ_c – ângulo de inclinação;

 $\Omega(\theta_c)$ – função densidade de contato (FDC);

 A_t – área da superfície da fissura.

A FDC para concretos de resistência normal é expressa por:

$$\Omega(\theta_c) = \frac{1}{2} \cos \theta_c \tag{3.6}$$

A FDC para concretos de alta resistência é expressa por:

$$\Omega(\theta_c) = \frac{5}{6} exp \left\{-21(\theta_c/\pi)^2\right\} \ (\theta_c \text{em radianos})$$
(3.7)

As componentes normal e tangencial derivadas da tensão de compressão e tangencial externa são expressas, respectivamente, por:

$$\tau = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sigma_{con} A_t \Omega(\theta_c) K(\omega) \operatorname{sen} \theta_c \, d\theta_c$$
(3.8)

$$\sigma' = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sigma'_{con} A_t \Omega(\theta_c) K(\omega) \cos \theta_c \, d\theta_c$$
(3.9)

sendo

 ω – abertura da fissura;

 σ_{con} – tensão normal de contato;

 $K(\omega)$ – taxa efetiva de contato.

A taxa efetiva de contato proposta por MAEKAWA *et al.* (2004) é uma função que relaciona a dimensão máxima do agregado com a abertura de fissura, expressa por:

$$K(\omega) = 1 - \exp(1 - \frac{0.5G_{max}}{\omega}) \ge 0$$
 (3.10)

JULIO *et al.* (2005) se basearam no EUROCODE 2:2004 para estudar a adesão entre elementos estruturais de concreto com resistências diferentes e idades distintas (Figura 3.14).



Figura 3.14 - Resistência ao cisalhamento entre concretos de diferentes idades; EUROCODE 2:2004.

No programa experimental desses pesquisadores foi utilizado o jateamento de areia para aumento da rugosidade das superfícies ensaiadas. A resistência ao cisalhamento foi avaliada pela expressão:

$$v_{Rdi} = cf_{ctd} + \mu\sigma_N + \rho f_{\nu d}(\mu sen\alpha + \cos\alpha) \le 0,5\nu f_{cd}$$
(3.11)

onde

v_{*Rdi*} – resistência ao cisalhamento;

- c, μ coesão e atrito interno do concreto, respectivamente;
- f_{ctd} resistência à tração;
- σ_N tensão normal por unidade de área, que atua, simultaneamente, com a força de cisalhamento;
- ρ taxa geométrica da armadura que costura a junta;
- α ângulo entre armadura e o elemento estrutural.

A fissuração que ocorre no concreto de resistência normal (CRN) e no de alta resistência (CAR) apresenta uma configuração similar, mas, quando na ruptura, esses concretos se

comportam de modo diferente. A ruptura no CRN ocorre, preferencialmente na argamassa, circundando os agregados graúdos, enquanto no CAR o plano de ruptura passa pelo agregado graúdo. Em razão desses fenômenos, alguns pesquisadores consideram parcelas separadas para a capacidade resistente da argamassa e agregado graúdo. WALRAVEN *et al.* (1993) concluíram que a capacidade de transferência de tensões cisalhantes em CAR fica reduzida entre 55% e 75% em razão do agregado graúdo ser menos resistente que a argamassa.

As recomendações normativas do ACI 318:2008, para o caso de armadura perpendicular ao plano de cisalhamento, é dada por:

$$V_n = \mu A_{\nu f} f_{\nu} + A_c K_1 \tag{3.12}$$

- V_n resistência nominal ao cisalhamento;
- μ coeficiente de atrito;
- A_{vf} armadura de cisalhamento;
- f_y resistência ao escoamento do aço;
- Ac seção de concreto resistente ao cisalhamento;
- K_I parâmetro que assume valores de 2,75 MPa, 1,38 MPa e 1,72 MPa em função do tipo de concreto.

Segundo BASS *et al.* (1989), as prescrições do ACI 318:1983, que continuam a vigorar no ACI 318:2008, são consideradas conservadoras.

O BULLETIN 42:2008 da FIB apresenta formulação para estimativa da tensão cisalhante última, que considera a coesão (expressão 3.14), a resistência do concreto e a ação da armadura que intercepta a fissura:

$$V_u = c + (\rho_v f_y + \sigma_n) t g \theta \leq 0.3 f_c^{\prime}$$
(3.13)

onde

 V_u – tensão cisalhante última;

c - resistência à coesão;

 ρ_v – taxa de armadura que intercepta a fissura;

 f_y – resistência ao escoamento do aço;

 σ_n – tensão normal atuante;

 $tg\theta - 0.8$ para concretos de resistência moderada.

O MODEL CODE 2010 – FIB BULLETIN 55 adota uma expressão que considera três fatores importantes: a adesão ou engrenamento, o atrito e a ação de pino. A tensão cisalhante última é dada por:

$$\tau_u = \tau_c + \mu \left(\rho k f_y + \sigma_n \right) + \alpha \rho \sqrt{f_y f_{cc}} \leq \beta . \nu. f_{cc}$$
(3.14)

onde

 τ_u – tensão cisalhante última;

 τ_c – tensão de adesão;

- μ coeficiente de atrito;
- f_y resistência ao escoamento do aço;

 σ_n – tensão normal atuante;

 f_{cc} - resistência à compressão do concreto.

 ρ – taxa de armadura que intercepta a fissura;

- k fator de interação relativo ao atrito;
- α fator de interação relativo à ação de pino;
- β fator de ancoragem da armadura;
- *v* força axial relativa.

4 PROGRAMA EXPERIMENTAL

4.1 NOTAS INICIAIS

O programa experimental desenvolvido visa estudar o comportamento de corpos de prova de concreto pré-moldados unidos com resina epóxi, para fornecer subsídios ao desenvolvimento de uma análise consistente para entendimento do comportamento do estado de tensões nas juntas desses elementos.

As principais características estudadas foram:

a) variação da capacidade resistente da fixação dos elementos em função da inclinação da junta de colagem (30°, 45° e 60°);

b) determinação das rugosidades médias das peças a serem coladas e apresentação de expressões para os concretos de resistência média à compressão variando de 20 MPa a 70 MPa;
c) verificação da influência do tipo de superfície (rugosidade);

d) determinação das envoltórias das resistências dos componentes.

Na fase inicial do programa foram realizadas a caracterização dos materiais constituintes do concreto, e a obtenção e aprimoramento das dosagens a serem utilizadas.

Na segunda fase estudou-se um arranjo básico para os ensaios. Essa etapa buscava definir três fases: arranjo básico, execução das formas, preparo das séries de corpos de prova e planejamento dos ensaios.

A terceira etapa foi a execução dos ensaios e verificação de modelos encontrados na literatura.



O esquema do programa experimental é representado na Figura 4.1.

Figura 4.1 – Esquema do programa experimental.

A sequência da experimentação para determinação dos parâmetros da TRU é representada na Figura 4.2.



Figura 4.2 - Sequência do programa experimental para determinação dos parâmetros da TRU.

A sequência da experimentação para determinação da tensão de aderência entre junções dos corpos de prova é representada na Figura 4.3.



Figura 4.3 - Sequência do programa experimental para determinação da tensão de aderência.

A sequência da experimentação para análise da rugosidade nos elementos isolados é representada na Figura 4.4.



Figura 4.4 – Sequência do programa experimental para determinação da rugosidade média.

O processamento experimental é mostrado na Figura 4.5.



Figura 4.5 – Esquema do planejamento da pesquisa: procedimentos preliminares e caracterização dos materiais; ensaios de compressão; ensaios de tração; ensaios para determinação dos parâmetros da TRU; ensaios para determinação da aderência média; micrografias com auxílio do microscópio USB VEHO para determinação das funções densidade de contato; determinação das envoltórias de ruptura e avaliação de modelos.

4.2.1 Concreto

O concreto utilizado foi confeccionado em betoneiras, e dosado para alcançar as resistências médias mínimas à compressão de 20 MPa, 30 MPa, 50 MPa e 70 MPa aos 28 dias. O cimento utilizado foi o CPV-ARI com abatimento de tronco de cone igual a 120 mm.

A Tabela 4.1 apresenta os consumos dos materiais empregados na execução de 1 m³ de concreto.

Material	20 MPa	30 MPa	50 MPa	70 MPa
Cimento CPV-ARI (kg/m ³⁾	215	291	388	452
Microsílica – (kg/m ³)	11	15	19	23
Água total – (litros)	187	190	176	161
Areia – (kg/m^3)	795	766	728	712
Pedra britada – (kg/m ³)	1002	1028	1061	1072
Superplastificante – (litros)	-	-	1,3	6,6

Tabela 4.1 – Consumo de material por m^3 de concreto.

4.2.1.1 Resistência à compressão do concreto

A resistência à compressão do concreto foi obtida por meio de ensaios de compressão em corpos de prova cilíndricos, moldados em conformidade com a NBR 5738:2003, com dimensões 100 mm x 200 mm, todos ensaiados na mesma data, cujos resultados são apresentados na Tabela 4.2. Os ensaios foram realizados em prensa da marca *Contenco* com capacidade de carga de 1.000 kN, no Laboratório de Materiais de Construção e Concreto Prof. Adhemar da Cunha Fonseca do IME – Instituto Militar de Engenharia . Os valores obtidos para resistência média à compressão dos corpos de prova de referência são apresentados na Tabela 4.2.

A nomenclatura adotada foi Cf_c -RN, onde f_c é a resistência média à compressão de cálculo, R é a identificação de referência e N é o número de ordem (de 1 a 4).

Não foram realizados ensaios de compressão para o concreto de 30 MPa por não ter havido cilindros íntegros disponíveis.

Corpos de prova	f_c (MPa)	fc,médio (MPa)
C20-R1	22,63	21.6
C20-R2	20,65	21,0
C50-R1	70,02	
C50-R2	79,41	72.8
C50-R3	70,84	72,0
C50-R4	70,97	
C70-R1	86,57	
C70-R2	84,21	96 5
C70-R3	92,50	00,5
C70-R4	82,95	

Tabela 4.2 - Resistência à compressão do concreto.

4.2.1.2 Módulo de elasticidade do concreto

Os módulos de elasticidade do conjunto de referência foram obtidos com a utilização de quatro corpos de prova de concreto cilíndricos, de conformidade com a NBR 5738:2003, com dimensões de 100 mm x 200 mm. Foram utilizados dois extensômetros elétricos de resistência (EER) para a medição das deformações específicas do concreto; adotou-se a média desses dois valores. A prensa utilizada foi a mesma já descrita anteriormente. Esses ensaios foram realizados de acordo com a NBR 8522:2008, com aplicação de carregamentos crescentes, com leituras das deformações específicas relativas às forças aplicadas. A relação constitutiva do concreto é dada por.

$$\sigma_c = E_c \varepsilon_c \tag{4.1}$$

onde

 σ_c – tensão de compressão;

- E_c módulo de elasticidade;
- ε_c deformação específica.

Para a determinação do módulo de elasticidade do concreto foi utilizado o plano de carga III da NBR 8522:2008, por meio do qual obtém-se o módulo de deformação secante, correspondente a $0.3f_c$. A realização dos ensaios seguiu as prescrição da NBR 8522:2008,

quando os valores da tensão de ruptura dos corpos de prova não diferiram mais de 20% das resistências medidas. O módulo de elasticidade fica definido por:

$$E_{cs} = \frac{\sigma_n - \sigma_{inf}}{\varepsilon_n - \varepsilon_o} \tag{4.2}$$

onde

 E_{cs} – módulo de deformação secante;

 σ_n – tensão considerada para cálculo do módulo secante;

 σ_{inf} – 0,5 MPa;

 ε_n – deformação específica correspondente à tensão σ_n ;

 ε_o – deformação específica correspondente à leitura l_0 ;

n – variação dos níveis de aplicação de força, 0,1,... 0,7 ou 0,8.

A Tabela 4.3 mostra os resultados obtidos nos ensaios para módulo de elasticidade do concreto.

СР	Força de ruptura (kN)	Tensão de ruptura (MPa)	Def. esp. de ruptura (º/00)	Força p/ 0,3 fc (kN)	Tensão p/ 0,3 fc (MPa)	Def. esp. p/ 0,3 fc (°/ ₀₀)	Def. esp. p/ 0,5 (°/ ₀₀)	Módulo de elasticidade secante (GPa)	Módulo de elasticidade secante médio (GPa)
C20-M1	177,77	22,63	0,81	56,40	7,18	0,34	0,039	22,15	22,15
C50-M1	588,70	74,96	2,64	174,40	22,21	0,58	0,009	37,79	
C50-M2	458,80	58,42	1,71	176,10	22,42	0,73	0,030	31,43	26 75
C50-M3	560,00	71,30	2,22	176,00	22,41	0,60	0,033	38,50	50,75
C50-M4	-	-	-	173,40	22,08	0,58	0,027	39,28	
C70-M1	719,30	91,58	2,88	206,50	26,29	0,69	0,027	38,87	
C70-M2	664,40	84,59	2,63	207,20	26,38	0,68	0,038	40,09	10.66
C70-M3	690,50	87,92	1,47	209,10	26,62	0,66	0,019	40,74	40,00
C70-M4	680,20	86,61	2,49	208,45	26,54	0,61	0,007	42,95	

Tabela 4.3 - Módulo de elasticidade do concreto.

4.2.1.3 Resistência à tração indireta do concreto

Para cada série foram ensaiados quatro corpos de prova de concreto em conformidade com a NBR 7222:1994. Os corpos de prova cilíndricos foram moldados com dimensões 100 mm x 200 mm conforme preceitua a NBR 5738:2003. Para o ensaio de tração indireta por compressão diametral foram utilizados os mesmos equipamentos para a determinação da resistência à compressão do concreto.

A força máxima de cada corpo de prova foi obtida e a resistência à tração por compressão diametral calculada pela expressão:

$$f_{ct,sp} = \frac{2F}{\pi dL} \tag{4.3}$$

onde

 $f_{ct,sp}$ – resistência à tração por compressão diametral (MPa);

- F força máxima obtida no ensaio (kN);
- d diâmetro do corpo de prova (mm);
- *L* altura do corpo de prova (mm).

Os resultados para as resistências à tração são apresentadas na Tabela 4.4.

Corpos de prova	Força máxima (kN)	Resistência à tração (MPa)	Resistência média da série (MPa)
C20-T1	56,90	1,81	1,8
C50-T1	181,90	5,79	
C50-T2	206,50	6,57	6.4
C50-T3	208,30	6,63	0,4
C50-T4	209,60	6,67	
C70-T1	212,40	6,76	
С70-Т2	192,90	6,14	60
С70-Т3	189,50	6,03	0,2
C70-T4	178,00	5,67	

Tabela 4.4 – Resistência à tração do concreto.

4.2.2 Adesivo epóxi (MC – DUR 1300)

As características principais do adesivo epóxi (Figura 4.6) são:

- bicomponente;
- fluído/pastoso;
- mistura A + B cinza.
- massa específica 1,6 a 1,8 g/cm³.
- consumo 0,8 a 1,0 kg/m², dependendo da rugosidade do substrato.
- tempo de trabalhabilidade: 60 minutos.
- resistência à compressão: 60 MPa aos 28 dias.



Figura 4.6 - Adesivo epóxi MC-DUR 1300.

4.3 INSTRUMENTAÇÃO

4.3.1 Extensômetros elétricos de resistência

Para corpos de prova cilíndricos utilizados nos ensaios para aquisição dos parâmetros da TRU foram utilizados EER, aferindo-se as deformações específicas para cada etapa de carga até a ruptura (Figura 4.7).

Nas leituras dessas deformações na superfície dos cilindros de concreto, utilizou-se o EER do tipo PA-06-201BA-120L, comprimento da grade 51,1mm, da empresa Excel Sensores Ind. Com. Exp. Ltda (Figuras 4.7 e 4.8).



Figura 4.7 – Instrumentação para aquisição dos parâmetros da TRU.



Figura 4.8 – Instrumentação para determinação da tensão de aderência, sendo uma roseta por hemisfério, na altura média e diametralmente opostas.

4.4 DESCRIÇÃO DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS

4.4.1 Aquisição dos parâmetros da TRU

A determinação dos valores limites que definem a envoltória no estado plano de tensões, baseados nos estudos de YU *et al.* (2009), foram apurados por meio de ensaios de tração por compressão diametral (Figura 4.9).

Conforme a NBR7222:1994 foram utilizados corpos de prova cilíndricos com 10 cm de diâmetro e 20 cm de altura.



Figura 4.9 – Esquema de ensaio de tração por compressão diametral segundo a NBR7222:1994 com indicação de EER para aquisição de dados da TRU.

A Tabela 4.5 apresenta os valores obtidos para resistência à tração por compressão diametral e a deformação específica correspondente.

Tabela 4.5 – Resistencia a tração e deformação específica.							
Corpos de	Fct.sp (MPa)	Deformação					
prova		específica (%) Ect					
C20-T1	1,81	0,034					
C50-T1	6,76	0,272					
C50-T2	6,14	0,089					
C50-T3	6,03	0,149					
C50-T4	5,67	0,101					
C70-T1	5,79	0,145					
С70-Т2	6,57	0,117					
С70-Т3	6,63	0,116					

Tabala 4.5 - Resistência à tração e deformação específica

4.4.2 Tensão de aderência

Os corpos de prova para determinar a envoltória de tensões nas juntas são apresentados nas Figuras 4.10 a 4.12. A configuração desse corpo de prova é sempre simétrica para que a utilização de um elemento estrutural de 100 mm x 200 mm gere sempre, por meio do corte, duas peças idênticas que tiveram suas superfícies de contato alteradas para aumento da rugosidade. Essas peças foram coladas com adesivo epóxi e ensaiadas.



Figura 4.10 – Determinação das tensões num plano a 30º: a) seção transversal do corpo de prova; b) dimensões do corpo de prova (medidas em mm).



Figura 4.11 – Determinação das tensões num plano a 45°: a) seção transversal do corpo de prova; b) dimensões do corpo de prova (medidas em mm).



Figura 4.12 – Determinação das tensões num plano a 60°: a) seção transversal do corpo de prova; b) dimensões do corpo de prova (medidas em mm).

4.5 AVALIAÇÃO DAS TENSÕES ATUANTES NA JUNÇÃO

Para a avaliação das tensões principais atuantes na junção, além da tensão de aderência medida nos ensaios anteriores, avalia-se também a capacidade resistente ao cisalhamento. Esse modelo é baseado nos estudos de DASCHNER e KUPFER (1996) *apud* ZILCH e REINECKE (2000), que utilizaram corpos de prova de 100 mm x 200 mm não armados, com inclinação da junta para o estudo das solicitações de compressão e cisalhamento.

Adotaram para a inclinação das juntas os ângulos de 30°, 45° e 60°.

A nomenclatura adotada para os corpos de prova foi Cf_cS-f_cI -A-N, onde C significa compressão, f_cS é a resistência média à compressão da peça superior, f_cI é a resistência característica à compressão da peça inferior, A é o ângulo da junção e N é o número de ordem (de 1 a 4). Na ocorrência de resistências diferentes, a resistência mais elevada será sempre a do elemento inferior.

As tensões normais e tangenciais aos planos considerados foram calculadas com o uso das expressões 4.5 e 4.6 de acordo com a representação da Figura 4.13.



Figura 4.13 – Variação da tensão com a orientação do plano da seção. (a) estado duplo de tensões; (b) tensões num plano inclinado; (c) forças atuando num plano inclinado.

Nesse caso o estado de tensão fica definido pela matriz:

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{bmatrix}$$
(4.4)

Seguindo para o plano inclinado com ângulo θ :

$$\sigma_n = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin\theta \cos\theta \tag{4.5}$$

$$\tau_{nt} = -(\sigma_x - \sigma_y) \operatorname{sen} \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \operatorname{sen}^2 \theta)$$
(4.6)

As tabelas 4.6 a 4.8 apresentam os resultados de tensão normal máxima experimental e os valores de tensão normal e cisalhante obtidos por meio do uso das Equações 4.5 e 4.6, por série de concretos ensaiados. As tabelas 4.9 a 4.11 apresentam os valores médios dos resultados experimentais para tensão de ruptura, tensão normal ao plano inclinado e tensão de aderência respectivamente.

Séries	СР	Força máxima (kN)	Tensão máx. (MPa) σ _y	Tensão normal (MPa) σn	Tensão tang. (MPa) τ _y
°0	C20S-20I-30-01	163,60	20,83	15,62	9,02
50I-3	C20S-20I-30-02	147,90	18,83	14,12	8,15
0S-2	C20S-20I-30-03	153,60	19,56	14,67	8,47
C	C20S-20I-30-04	129,60	16,50	12,38	7,15
0°	C20S-30I-30-01	188,80	24,04	18,03	10,41
30I-3	C20S-30I-30-02	115,30	14,68	11,01	6,36
50S-3	C20S-30I-30-03	151,80	19,33	14,50	8,37
C	C20S-30I-30-04	171,90	21,89	16,42	9,48
°0°	C30S-30I-30-01	199,30	25,38	19,03	10,99
30I-3	C30S-30I-30-02	195,10	24,84	18,63	10,76
30S-3	C30S-30I-30-03	204,80	26,08	19,56	11,29
Ü	C30S-30I-30-04	173,60	22,10	16,58	9,57
°0°	C30S-50I-30-01	252,80	32,19	24,14	13,94
50I-3	C30S-50I-30-02	206,30	26,27	19,70	11,37
30S-4	C30S-50I-30-03	257,00	32,72	24,54	14,17
S	C30S-50I-30-04	286,80	36,52	27,39	15,81
°0°	C50S-50I-30-01	482,10	61,38	46,04	26,58
50I-3	C50S-50I-30-02	442,80	56,38	42,28	24,41
50S-{	C50S-50I-30-03	460,00	58,57	43,93	25,36
C	C50S-50I-30-04	448,90	57,16	42,87	24,75
°0°	C50S-70I-30-01	333,60	42,48	31,86	18,39
701-3	C50S-70I-30-02	353,00	44,95	33,71	19,46
50S-'	C50S-70I-30-03	546,20	69,54	52,16	30,11
Ü	C50S-70I-30-04	487,10	62,02	46,51	26,86
	C70S-70I-30-01	490,60	62,47	46,85	27,05
°0°	C70S-70I-30-02	556,00	70,79	53,09	30,65
701-3	C70S-70I-30-03	484,70	61,71	46,29	26,72
-S07	C70S-70I-30-04	452,50	57,61	43,21	24,95
Ċ	C70S-70I-30-05	406,40	51,74	38,81	22,41
	C70S-70I-30-06	402,90	51,30	38,47	22,21

Tabela 4.6 – Tensões de ruptura das peças ensaiadas com junção a 30°.

Séries	СР	Força máxima (kN)	Tensão máx. (MPa) σ _y	Tensão normal (MPa) σ _n	Tensão tang. (MPa) τ _y
0	C20S-20I-45-01	134,20	17,09	8,54	8,54
[-45	C20S-20I-45-02	155,40	19,79	9,89	9,89
-20]	C20S-20I-45-03	156,60	19,94	9,97	9,97
20S	C20S-20I-45-04	147,90	18,83	9,42	9,42
0	C20S-20I-45-05	152,30	19,39	9,70	9,70
45°	C20S-30I-45-01	138,40	17,62	8,81	8,81
-I0	C20S-30I-45-02	148,80	18,95	9,47	9,47
0S-3	C20S-30I-45-03	160,20	20,40	10,20	10,20
CZ	C20S-30I-45-04	137,00	17,44	8,72	8,72
45°	C30S-30I-45-01	212,00	26,99	13,50	13,50
9 - -109	C30S-30I-45-02	207,00	26,36	13,18	13,18
0S-3	C30S-30I-45-03	207,60	26,43	13,22	13,22
C3	C30S-30I-45-04	208,40	26,53	13,27	13,27
45°	C30S-50I-45-01	217,70	27,72	13,86	13,86
- I 05	C30S-50I-45-02	306,80	39,06	19,53	19,53
0S-5	C30S-50I-45-03	178,70	22,75	11,38	11,38
C	C30S-50I-45-04	221,60	28,21	14,11	14,11
45°	C50S-50I-45-01	379,20	48,28	24,14	24,14
-10s	C50S-50I-45-02	433,10	55,14	27,57	27,57
0S-5	C50S-50I-45-03	367,80	46,83	23,41	23,41
CSI	C50S-50I-45-04	409,40	52,13	26,06	26,06
45°	C50S-70I-45-01	321,90	40,99	20,49	20,49
-I0	C50S-70I-45-02	416,40	53,02	26,51	26,51
0S-7	C50S-70I-45-03	390,60	49,73	24,87	24,87
CSI	C50S-70I-45-04	429,40	54,67	27,34	27,34
	C70S-70I-45-01	384,10	48,91	24,45	24,45
45°	C70S-70I-45-02	353,10	44,96	22,48	22,48
-I01	C70S-70I-45-03	456,70	58,15	29,07	29,07
C-S0	C70S-70I-45-04	366,40	46,65	23,33	23,33
CJ	C70S-70I-45-05	348,80	44,41	22,21	22,21
	C70S-70I-45-06	390,50	49,72	24,86	24,86

Tabela 4.7 – Tensões de ruptura das peças ensaiadas com junção a 45°.

Séries	СР	Força máxima (kN)	Tensão máx. (MPa) σy	Tensão normal (MPa) σ _n	Tensão tang. (MPa) τ _y
°0	C20S-20I-60-01	166,40	21,19	5,30	9,17
9-I0	C20S-20I-60-02	116,00	14,77	3,69	6,40
0S-2	C20S-20I-60-03	132,10	16,82	4,20	7,28
C	C20S-20I-60-04	139,30	17,74	4,43	7,68
0°0	C20S-30I-60-01	153,80	19,58	4,90	8,48
9-I0	C20S-30I-60-02	169,00	21,52	5,38	9,32
5-S03	C20S-30I-60-03	161,90	20,61	5,15	8,93
C	C20S-30I-60-04	161,40	20,55	5,14	8,90
°0°	C30S-30I-60-01	176,90	22,52	5,63	9,75
9-I08	C30S-30I-60-02	171,70	21,86	5,47	9,47
S0S-S	C30S-30I-60-03	181,40	23,10	5,77	10,00
ບ	C30S-30I-60-04	160,10	20,38	5,10	8,83
°0°	C30S-50I-60-01	251,10	31,97	7,99	13,84
50I-6	C30S-50I-60-02	217,00	27,63	6,91	11,96
30S-{	C30S-50I-60-03	281,60	35,85	8,96	15,53
ບິ	C30S-50I-60-04	294,80	37,54	9,38	16,25
	C50S-50I-60-01	179,10	22,80	5,70	9,87
°0°	C50S-50I-60-02	369,50	47,05	11,76	20,37
50I-(C50S-50I-60-03	340,60	43,37	10,84	18,78
50S-{	C50S-50I-60-04	323,30	41,16	10,29	17,82
Ü	C50S-50I-60-05	196,00	24,96	6,24	10,81
	C50S-50I-60-06	151,10	19,24	4,81	8,33
°0°	C50S-70I-60-01	226,70	28,86	7,22	12,50
70I-0	C50S-70I-60-02	389,50	49,59	12,40	21,47
50S-'	C50S-70I-60-03	312,00	39,73	9,93	17,20
Ü	C50S-70I-60-04	377,60	48,08	12,02	20,82
	C70S-70I-60-01	342,70	43,63	10,91	18,89
°00	C70S-70I-60-02	269,20	34,28	8,57	14,84
-10L	C70S-70I-60-03	275,80	35,12	8,78	15,21
-S07	C70S-70I-60-04	341,30	43,46	10,86	18,82
Ċ	C70S-70I-60-05	347,70	44,27	11,07	19,17
	C70S-70I-60-06	270,20	34,40	8,60	14,90

Tabela 4.8 – Tensões de ruptura das peças ensaiadas com junção a 60°.

		30 °			45 °			60 °	
Séries	<i>f</i> _{c30}	DP	CV	<i>f</i> _{c45}	DP	CV	<i>f</i> _{c60}	DP	CV
	(MPa)	(MPa)	(%)	(MPa)	(MPa)	(%)	(MPa)	(MPa)	(%)
C20S-20I	19,20	0,52	2,69	19,49	0,50	2,55	17,28	3,09	17,88
C20S-30I	20,61	1,81	8,78	18,00	0,82	4,58	20,58	0,04	0,21
C30S-30I	25,43	0,62	2,44	26,44	0,09	0,32	22,49	0,62	2,76
C30S-50I	32,46	0,37	1,15	26,23	3,02	11,52	35,12	2,86	8,13
C50S-50I	57,37	1,11	1,93	49,08	2,74	5,58	33,07	10,69	32,32
C50S-70I	49,82	10,64	21,63	52,47	2,51	4,79	45,80	5,31	11,60
C70S-70I	60,60	2,61	4,31	46,93	2,35	5,00	38,18	4,91	12,86

Tabela 4.9-Valores médios para tensão de ruptura.

Tabela 4.10-Valores médios para tensão normal ao plano inclinado.

		30 °			45 °			60 °	
Séries	σ_{N30}	DP	CV	σ_{N45}	DP	CV	σ_{N60}	DP	CV
	(MPa)	(MPa)	(%)	(MPa)	(MPa)	(%)	(MPa)	(MPa)	(%)
C20S-20I	14,40	0,39	2,70	9,75	0,24	2,51	4,32	0,16	3,77
C20S-30I	15,46	1,36	8,78	9,00	0,41	4,55	5,15	0,01	0,14
C30S-30I	19,07	0,47	2,45	13,22	0,05	0,34	5,62	0,15	2,67
C30S-50I	24,34	0,28	1,16	13,12	1,51	11,51	8,78	0,71	8,12
C50S-50I	43,03	0,83	1,94	24,54	1,36	5,58	8,26	2,67	32,31
C50S-70I	37,36	7,98	21,35	26,24	1,26	4,79	10,39	2,38	22,88
C70S-70I	45,45	1,96	4,31	23,47	1,17	4,99	9,54	1,23	12,86

4.11-Valores médios para tensão de aderência.

		30 °			45 °			60 °	
Séries	$ au_{A30}$	DP	CV	$ au_{A45}$	DP	CV	$ au_{A60}$	DP	CV
	(MPa)	(MPa)	(%)	(MPa)	(MPa)	(%)	(MPa)	(MPa)	(%)
C20S-20I	8,31	0,22	2,72	9,75	0,24	2,51	7,48	0,28	3,78
C20S-30I	8,93	0,78	8,79	9,00	0,41	4,55	8,92	0,02	0,24
C30S-30I	11,01	0,27	2,41	13,22	0,05	0,34	9,74	0,27	2,72
C30S-50I	14,06	0,16	1,16	13,12	1,51	11,51	15,21	1,24	8,14
C50S-50I	24,84	0,48	1,94	24,54	1,37	5,58	14,32	4,63	32,32
C50S-70I	21,57	4,61	21,38	26,24	1,26	4,79	19,53	2,30	11,60
C70S-70I	26,24	1,13	4,30	23,47	1,17	4,99	16,53	2,13	12,86

4.6 ANÁLISE DA RUGOSIDADE

4.6.1 Preparo das peças

As peças cortadas com inclinação de 30°, 45° e 60°, foram submetidas a processo mecânico para criar rugosidade nas suas faces. O equipamento usado foi uma lavadora de alta pressão da marca NORDTECH TEKNA, modelo HLX150, com pressão de 2.175 libras (Figura 4.14a). A distância média do início do jato até a peça foi aproximadamente de 20 cm conforme mostra a Figura 4.14b.



Figura 4.14 – Equipamentos utilizados: (a) Lavadora de alta pressão marca NORDTECH TEKNA, modelo HLX150V, pressão 2.175 lbs; (b) jateamento de água sob pressão.

A rugosidade imposta por esse processo teve como objetivo principal atender ao fabricante do adesivo epóxi (MC-Bauchemie) para aplicação do produto. O mesmo processo foi utilizado para os concretos C20, C30, C50 e C70. Na Figura 4.15 são mostrados cilindros de concreto C30 com corte à 30° já preparados para a colagem.



Figura 4.15 – Peças de C30 cortadas com inclinação a 30° prontas para colagem.

4.6.2 – Instrumentação para análise da rugosidade

Todas as peças cortadas foram codificadas e fotografadas com o auxílio de microscópio USB da marca VEHO, modelo VMS-004 (Figura 4.16) com ampliação de 20 vezes.



Figura 4.16 - Microscópio USB marca VEHO modelo VMS004.

A codificação das peças isoladas seguiu a nomenclatura C f_c -A-N, onde C significa compressão, f_c é a resistência média à compressão, A é o ângulo do corte e N é o número de ordem.

Para caracterizar a rugosidade lateral aplicada foram feitas quatro fotografias por peça, conforme regiões indicadas na Figura 4.17.



Figura 4.17 – Regiões fotografadas em cada peça cortada.

As fotografias com ampliação de 20 vezes foram processadas no *software* AutoCAD para delinear o relevo das faces (Figura 4.18).



Figura 4.18 – Fotografias com ampliação de 20vezes. (a) e (e) C20-45-02-A; (b) e (f) C20-45-02-B; (c) e (g) C20-45-02-C e (d) e (h) C20-45-02-D, respectivamente, sem e com contorno da face.

Com a finalidade de melhorar a visualização da face fotografada foi utilizada uma luz negra eletrônica de 28 W. Essa diferença pode ser notada na Figura 4.19 (a) e (b).



Figura 4.19 – Fotografias com ampliação de 20 vezes: (a) C20-30-06-A sem uso do contraste; (b) C20-30-07-A com uso do contraste.

4.6.3 – Análise da rugosidade

Com os contornos das faces delineados nas fotografias, essas curvas foram copiadas e rotacionadas para a posição horizontal (0°) (Figura 4.20).



Figura 4.20 – Junção dos contornos das faces da peça C20-30-01.

Em função desses contornos as cotas das ordenadas de cada ponto da curva foram tratadas, pelas diferenças relativas entre o ponto de ordenada máxima e os demais pontos. Dessa forma foram listadas todas as diferenças de altura entre os contornos.

Com essas alturas relativas foi possível, por meio de uma função densidade, estimar a rugosidade média aplicada. A Figura 4.21 representa a distribuição normal e a Figura 4.22 a distribuição normal padronizada para a peça C20-30-01.



Figura 4.21 – Distribuição normal para rugosidade média do C20-30-01 (rugosidade em mm).



Figura 4.22 – Distribuição normal padronizada para rugosidade média do C20-30-01 (rugosidade em mm).

As fotografias e distribuições normais estudadas constam do Anexo 1 e as contornos compostos a 0° no Anexo 2. O Anexo 3 é composto de todas as Anovas dos conjuntos das rugosidades.

A Tabela 4.9 apresenta a constituição dos corpos de prova da série C20S-20I-30°. No Anexo 4 são apresentadas todas as tabelas de montagem dos corpos de prova.

Corpos de prova	Peça Superior	Peça Inferior
C20S-20I-30°-1	C20-30°-5	C20-30°-10
C20S-20I-30°-2	C20-30°-6	C20-30°-9
C20S-20I-30°-3	C20-30°- 12	C20-30°-2
C20S-20I-30°-4	C20-30°- 11	C20-30°-1

C205 201 200

4.7 DESCRIÇÃO E SEQUÊNCIA DOS ENSAIOS

Os ensaios foram realizados no Laboratório de Materiais de Construção e Concreto Prof. Adhemar da Cunha Fonseca do Instituto Militar de Engenharia.

Em todos os ensaios foi utilizada uma estrutura com capacidade de carga da prensa de 1.000 kN mostrada na Figura 4.23.



Figura 4.23 – Prensa utilizada na realização dos ensaios.

O esquema ilustrativo da transferência de força para avaliação das tensões atuantes na junção cos corpos de prova cilíndricos é mostrado na Figura 4.24.



Figura 4.24 – Esquema de ensaio para determinação das tensões na junção (medidas em mm).

5 ANÁLISE DE RESULTADOS

5.1 NOTAS INICIAIS

Neste capítulo são analisados os resultados obtidos por meio dos ensaios para a determinação dos parâmetros da TRU, da tensão de aderência, e da rugosidade imposta nas faces das peças que foram coladas. São apresentadas expressões para simulação da rugosidade média para concretos C20 a C70. A correlação entre a variação da rugosidade e a evolução da tensão de aderência também são analisadas. Apresenta-se uma análise comparativa entre as expressões apresentadas e as de MAEKAWA *et al.* (2004). São apresentados e analisados os comportamentos das deformações específicas em cada metade dos corpos de prova. Analisa-se a tenacidade desenvolvida na deformação nos cilindros de concreto C20 a C70 com ângulo de inclinação da junta de 45°. Apresentam-se as envoltórias para os corpos de prova cilíndricos de concreto C20 a C70.

5.2 FUNÇÃO DENSIDADE DA RUGOSIDADE IMPOSTA

Com os processos já descritos no item 4.5, obteve-se uma amostra representativa da variação da rugosidade, que foi inicialmente analisada com seus valores de média, desvio padrão (DP), coeficiente de variação (CV) e Anova.

Após essa primeira análise foram retirados da amostra todos os valores que ficaram de fora do intervalo definido pelo CV, e analisados novamente.

As expressões para as rugosidades dos concretos C20 e C70 foram desenvolvidas pela série rápida de Fourier. Para a determinação da frequência, foi utilizado o conceito de espectro de frequências definida por:

$$|c_n| = \frac{\operatorname{senh}\pi}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{n^2 + 1}}$$
(5.1)

onde

 c_n - coeficiente de frequência;

n – valor da rugosidade no ponto.

Os coeficientes de frequência foram analisados por meio de um histograma para a determinação da frequência a ser utilizada na série rápida de Fourier. As Figuras 5.1 a 5.4 ilustram a determinação das frequências de C20 a C70.



Figura 5.1 – Determinação da frequência para C20.



Figura 5.2 – Determinação da frequência para C30.



Figura 5.3 – Determinação da frequência para C50.



Figura 5.4 – Determinação da frequência para C70.

Os dados considerados para a análise da rugosidade são apresentados na Tabela 5.1 e na Figura 5.5.

Classe	Rugosidade média	Frequência
	r (mm)	ω
C20	2,013	2,04
C30	1,354	2,08
C50	1,230	2,22
C70	1,067	2,50

Tabela 5.1- Rugosidade média e frequência para as classes C20, C30, C50 e C70.


Figura 5.5 – Rugosidades médias por f_c .

A maior variação dos valores da rugosidade média indica a maior fragilidade dos concretos de menor resistência, e o limite do agregado miúdo para concretos de mais alta resistência. No jateamento de água aplicado aos elementos, foi preciso uma maior atenção no tempo de exposição nos concretos C20 e C30. Algumas peças de C20 disgregaram com a pressão da água (Figura 5.6).



Figura 5.6 – Elemento estrutural disgregado em função do jateamento de água.

As expressões desenvolvidas para comparação das rugosidades médias dos corpos de prova são:

para C20

$$r_{20} = 2,013 + 0,000293.\cos(\omega x) + 0,63158.sen(\omega x)$$
(5.2)

para C30

$$r_{30} = 1,354 - 0,00112.\cos(\omega x) + 0,32669.sen(\omega x)$$
(5.3)

para C50

$$r_{50} = 1,230 - 0,00105.\cos(\omega x) + 0,24622.sen(\omega x)$$
(5.4)

para C70

$$r_{70} = 1,067 - 0,00181.\cos(\omega x) + 0,19771.sen(\omega x)$$
(5.5)

sendo x o comprimento do trecho no qual é medido a rugosidade, em 1 mm, e ω apresentado na Tabela 5.1.

A representação gráfica dessas expressões são mostradas nas Figuras 5.7 a 5.9, comparativamente entre os concretos de menor resistência e os de alta resistência.



Figura 5.7 – Rugosidades médias para C20 e C30.



Figura 5.8 – Rugosidades médias para C50 e C70.



Figura 5.9 - Rugosidades médias para C20, C30, C50 e C70.

As peças de concretos C50 e C70 tiveram os valores de suas rugosidades médias bem próximas, variando de 1,23 mm para o concreto C50 e 1,07 mm para o C70. Esse é um aspecto observado que é limitado principalmente pelo diâmetro do agregado miúdo.

5.3 ANÁLISE COMPARATIVA COM A PROPOSTA DE MAEKAWA et al. (2004)

MAEKAWA *et al.* (2004) propuseram expressões para representar CRN e CAR. Por meio de análises de MEV esses autores conceberam uma função densidade em função dos ângulos entre as normais ao plano de contato e o eixo vertical para superfícies de concreto fraturados.

O estudo comparativo entre as duas funções é apresentado na Figura 5.10.



Figura 5.10 – Funções propostas por MAEKAWA et al. (2004): a) CRN; b) CAR.

A análise amostral dos ângulos de contato para os concretos C20 e C70 foi realizada por meio do programa AutoCad, seguindo o critério apresentado na Figura 5.11. Obtiveram os ângulos entre a normal ao plano de contato e o eixo vertical. Foram considerados todos os ângulos como positivos.



Figura 5.11 – Critério para determinação do ângulo de contato médio θ .

Esses ângulos θ foram obtidos e processados por meio de uma função de densidade conforme apresentado nas Figuras 5.12 a 5.15. A Figura 5.16 mostra as distribuições para todas as classes de concretos e seus valores de θ médios.



Figura 5.12 – Função densidade para ângulo de contato médio θ para C20.



Figura 5.13 – Função densidade para ângulo de contato médio θ para C30.



Figura 5.14 – Função densidade para ângulo de contato médio θ para C50.



Figura 5.15 – Função densidade para ângulo de contato médio θ para C70.



Figura 5.16 – Funções densidades para ângulos de contato médio θ para C20, C30, C50 e C70.

A acentuada diferença verificada diz respeito ao tipo de rugosidade, que no caso apresentado por MAEKAWA *et al* (2004) é produzida pela fratura do concreto, e que no caso deste trabalho a rugosidade foi obtida mecanicamente. Uma maior quantidade de valores de θ iguais a zero caracterizam a fratura na concepção de MAEKAWA *et al* (2004). A Figura 5.17 ilustra essa comparação.



Figura 5.17 – Intervalos de ângulos de contato médio θ para C20, C30, C50 e C70, verificados nos ensaios.

5.4 PARÂMETROS DA TRU

Os parâmetros utilizados na TRU foram determinados em função dos ensaios de tração por compressão diametral, com aquisição do valor da tensão de tração e da deformação específica no sentido diametral perpendicular ao plano de ruptura, apresentado no item 4.3.1. Os valores são mostrados na Tabela 5.2.

Outros parâmetros da TRU são apresentados no item 2.7 do capítulo 2.

СР	ft (MPa)	f _{c,médio} (MPa)	Def. espec. de tração (‰)	a (tru)
C20-T1	1,81	21,6	0,03	0,084
C50-T1	5,79		0,27	0,093
C50-T2	6,57	72.8	0,09	0,084
C50-T3	6,63	, _,0	0,15	0,083
C50-T4	6,67		0,10	0,078
C70-T1	6,76		0,15	0,067
C70-T2	6,14	86,6	0,12	0,076
С70-Т3	6,03		0,12	0,077

Tabela 5.2 – Parâmetros para utilização da TRU.

5.5 COMPORTAMENTO DAS TENSÕES ATUANTES

A rugosidade e o ângulo da junta são características importantes no comportamento dos elementos estruturais estudados.

As Figuras 5.18 a 5.21 mostram as superfícies de peças de concreto C20-60-01, C30-60-01, C50-60-01 e C70-60-01 preparadas para a colagem. A rugosidade imposta nesses elementos são visíveis, e foram obtidas utilizando-se a mesma máquina fotográfica e mesma distância do objeto com resolução máxima de 16 MP.



Figura 5.18 – Superfície a ser colada com rugosidade do elemento C20-60-01.



Figura 5.19 – Superfície a ser colada com rugosidade do elemento C30-30-04.



Figura 5.20 – Superfície a ser colada com rugosidade do elemento C50-30-03.



Figura 5.21 – Superfície a ser colada com rugosidade do elemento C70-60-01.

As características físicas dos concretos de menor resistência (C20 e C30) favoreceram uma maior rugosidade para aplicação do adesivo utilizado. Este fato permitiu que todos os corpos de prova, formados por partes de concretos C20 ou C30, apresentassem um comportamento monolítico na ruptura (Figura 5.22). Os corpos de prova com C50 na parte inferior e C30 na superior apresentaram ruptura principalmente no concreto de menor resistência, como era de se esperar.



Figura 5.22 – C30S-30I-45-02 após a ruptura.

Os corpos de prova formados por concretos de alta resistência (C50 e C70) apresentaram comportamento monolítico nas juntas com inclinação de 30° , e romperam na região das juntas em todos os corpos de prova com ângulos de 45° e 60° . A Figura 5.23 e 5.24 ilustram esses comportamentos.

Os resultados dos ensaios podem ser comparados com os de JANSZE e WALRAVEN (1996), que observaram que em seus ensaios todos os corpos de prova de CAR tiveram a ruptura na junta.



Figura 5.23 - C70S-70I-30-03 após a ruptura.



Figura 5.24 - C50S-70I-45-02 após a ruptura com rompimento na junta de colagem.

Na ação mecânica do corte dos concretos, verificou-se que esse procedimento fragiliza as peças. Esse aspecto é visível nos concretos de menor resistência (C20 e C30).

A espessura da camada de adesivo é fundamental para o bom comportamento do corpo de prova na ruptura. Procurou-se aplicar o adesivo com espessura entre 1,0 mm e 2,0 mm. Verificou-se que em alguns corpos de prova com maior inclinação (60°), uma camada maior em seu interior favoreceu uma ruptura com valores inferiores aos demais da mesma série (Figura 5.25).



Figura 5.25 – C20S-20I-60-02 verificação da junta de colagem após a ruptura.

Os corpos de prova formados com concretos de alta resistência, que apresentaram ruptura de forma monolítica (ângulos da junção de 30°), tiveram uma diminuição no valor da resistência média para o C50S-50I de 19,83% e de 31,53% para o C70S-70I, comparativamente aos corpos de prova cilíndricos ensaiados à compressão uniaxial. Esses resultados foram limitados pela resistência à compressão da resina epóxi (60 MPa). A Tabela 5.3 apresenta esses valores.

СР	fcmédio (MPa)	DP (MPa)	CV (%)
C50R	72,8	4,42	6,07
C50S-50I	58,4	2,20	5,33
C70-R	86,6	4,24	4,89
C70S-70I	59,3	7,37	12,44

Tabela 5.3 – Variação da tensão de ruptura média das séries C50S-50I e C70S-70I em relação as séries C50-R e C70R, respectivamente.

O comportamento anômalo das tensões analisado por JANSZE e WALRAVEN (1996) também pôde ser observado em alguns ensaios (Figuras 5.26 e 5.27), isto é, verificou-se que ao redor das juntas ocorreram fendilhamentos nas partes inferiores dos corpos de prova.



Figura 5.26 – Observação da ruptura no C50S-50I-45-02.



Figura 5.27 – Observação da ruptura no C50S-70I-30-01.

Os resultados dos ensaios para tensão de ruptura σ_y (v. Tabelas 4.6, 4.7 e 4.8) em função da inclinação da junta são apresentados nas Figuras 5.28 a 5.34.



Figura 5.28 – Tensão de ruptura em função da inclinação da junta – Série C20S-20I.



Figura 5.29 - Tensão de ruptura em função da inclinação da junta - Série C20S-30I.



Figura 5.30 - Tensão de ruptura em função da inclinação da junta - Série C30S-30I.



Figura 5.31 – Tensão de ruptura em função da inclinação da junta – Série C30S-50I.



Figura 5.32 - Tensão de ruptura em função da inclinação da junta - Série C50S-50I.



Figura 5.33 - Tensão de ruptura em função da inclinação da junta - Série C50S-70I.



Figura 5.34 - Tensão de ruptura em função da inclinação da junta - Série C70S-70I.

Os resultados dos ensaios para a tensão normal σ_n (v. Tabelas 4.6, 4.7 e 4.8) atuante na junta em função da inclinação são apresentados nas Figuras 5.35 a 5.41.



Figura 5.35 - Tensão normal na junta em função da inclinação da junta - Série C20S-20I.



Figura 5.36 – Tensão normal na junta em função da inclinação da junta – Série C20S-30I.



Figura 5.37 - Tensão normal na junta em função da inclinação da junta - Série C30S-30I.



Figura 5.38 - Tensão normal na junta em função da inclinação da junta - Série C30S-50I.



Figura 5.39 - Tensão normal na junta em função da inclinação da junta - Série C50S-50I.



Figura 5.40 - Tensão normal na junta em função da inclinação da junta - Série C50S-70I.



Figura 5.41 – Tensão normal na junta em função da inclinação da junta – Série C70S-70I.

Os resultados dos ensaios para a tensão de aderência τ_n (v. Tabelas 4.6, 4.7 e 4.8) em função da inclinação da junta são apresentados nas Figuras 5.42 a 5.48.



Figura 5.42 - Tensão de aderência em função da inclinação da junta - Série C20S-20I.



Figura 5.43 - Tensão de aderência em função da inclinação da junta - Série C20S-30I.



Figura 5.44 - Tensão de aderência em função da inclinação da junta - Série C30S-30I.



Figura 5.45 - Tensão de aderência em função da inclinação da junta - Série C30S-50I.



Figura 5.46 - Tensão de aderência em função da inclinação da junta - Série C50S-50I.



Figura 5.47 - Tensão de aderência em função da inclinação da junta - Série C50S-70I.



Figura 5.48 – Tensão de aderência em função da inclinação da junta – Série C70S-70I.

As tensões normais e de aderência para os corpos de prova que tiveram a sua ruptura como monolítica (C20S-20I, C20S-30I, C30S-30I e C30S-50I) foram calculadas com o uso das expressões 4.5 e 4.6.

Nenhum corpo de prova que continha concreto de menor resistência (CRN) na parte superior rompeu na região da junta, que é o caso das séries C20S-20I, C20S-30I, C30S-30I e C30S-50I.

As tensões de aderência das séries C50S-50I, C50S-70I e C70S-70I com inclinação da junta de 30° também tiveram seus valores calculados por meio das expressões 4.5 e 4.6. As séries com 30° tiveram valores médios 5,2% maiores que os das séries com ângulo de 45° e 51,3% maiores que os da série de 60°. Essas duas últimas séries romperam todas pelas juntas de colagem.

A tensão de aderência para as séries C20S-20I, C20S-30I, C30S-30I e C30S-50I apresentou uma evolução linear e diretamente proporcional ao aumento da resistência, com pouca influência do ângulo de inclinação da junta.

A utilização de concretos de alta resistência mostrou que a tensão de aderência dessas séries alcançou valores inversamente proporcionais ao aumento do ângulo de inclinação (Tabela 5.4).

Série	Tensão média de aderência (MPa)			
	30°	45°	60°	
C50S-50I	25,28	25,23	15,33	
C50S-70I	23,71	24,80	17,99	
C70S-70I	25,67	24,40	16,97	

Tabela 5.4 - Tensão média de aderência para as séries C50S-50I, C50S-70I e C70S-70I.

O comportamento da tensão de aderência das séries ensaiadas é mostrado na Figura 5.49.



Evolução da Tensão de aderência em função do aumento da resistência do concreto - 30°/45°/60°

Figura 5.49 – Evolução da tensão de aderência em função do aumento da resistência e do ângulo da junta de colagem.

5.6 DEFORMAÇÕES ESPECÍFICAS

As deformações específicas foram obtidas nas duas metades do corpo de prova. As Figuras 5.50 a 5.77 representam, respectivamente, as curvas tensão-deformação específica para cada metade e as curvas tensão relativa-deformações volumétricas dos corpos de prova C20S-20I-30-04, C20S-30I-45-01, C30S-30I-60-04, C30S-50I-45-01, C50S-50I-30-03, C50S-70I-30-03 e C70S-70I-30-05. As deformações específicas de todos os ensaios são representadas graficamente nos Anexos 5 e 6.

As deformações específicas observadas ficaram dentro dos padrões usuais para os CRN. Já para os CAR que tiveram seu rompimento pela junta de colagem, as deformações específicas ficaram com valores médios abaixo de 2 %.



Figura 5.50 – Deformações específicas para a metade inferior do C20S-20I-30-04.



Figura 5.51 – Deformações específicas para a metade superior do C20S-20I-30-04.



Figura 5.52 – Deformações volumétricas para a metade inferior do C20S-20I-30-04.



Figura 5.53 - Deformações volumétricas para a metade superior do C20S-20I-30-04.



Figura 5.54 – Deformações específicas para a metade inferior do C20S-30I-45-01.



Figura 5.55 - Deformações específicas para a metade superior do C20S-30I-45-01.



Figura 5.56 – Deformações volumétricas para a metade inferior do C20S-30I-45-01.



Figura 5.57 – Deformações volumétricas para a metade superior do C20S-30I-45-01.



Figura 5.58 – Deformações específicas para a metade inferior do C30S-30I-60-04.



Figura 5.59 - Deformações específicas para a metade superior do C30S-30I-60-04.



Figura 5.60 - Deformações volumétricas para a metade inferior do C30S-30I-60-04.



Figura 5.61 – Deformações volumétricas para a metade superior do C30S-30I-60-04.



Figura 5.62 – Deformações específicas para a metade inferior do C30S-50I-45-01.



Figura 5.63 – Deformações específicas para a metade superior do C30S-50I-45-01.



Figura 5.64 - Deformações volumétricas para a metade inferior do C30S-50I-45-01.



Figura 5.65 - Deformações volumétricas para a metade superior do C30S-50I-45-01.



Figura 5.66 – Deformações específicas para a metade inferior do C50S-50I-30-03.



Figura 5.67 – Deformações específicas para a metade superior do C50S-50I-30-03.



Figura 5.68 - Deformações volumétricas para a metade inferior do C50S-50I-30-03.



Figura 5.69 – Deformações volumétricas para a metade superior do C50S-50I-30-03.



Figura 5.70 – Deformações específicas para a metade inferior do C50S-70I-30-03.



Figura 5.71 – Deformações específicas para a metade superior do C50S-70I-30-03.



Figura 5.72 – Deformações volumétricas para a metade inferior do C50S-70I-30-03.



Figura 5.73 – Deformações volumétricas para a metade superior do C50S-70I-30-03.



Figura 5.74 – Deformações específicas para a metade inferior do C70S-70I-30-05.



Figura 5.75 – Deformações específicas para a metade superior do C70S-70I-30-05.



Figura 5.76 – Deformações volumétricas para a metade inferior do C70S-70I-30-05.



Figura 5.77 – Deformações volumétricas para a metade superior do C70S-70I-30-05.

As deformações específicas das componentes verticais para CAR, tanto para a parte superior quanto da inferior, apresentaram uma variação inversamente proporcional ao aumento do ângulo da junta de colagem (Figuras 5.78 a 5.86). Verificou-se que para o CRN a variação da inclinação da junta não gerou grandes alterações nas deformações específicas das componentes verticais.



Figura 5.78 – Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C50S-50I-30.



Figura 5.79 – Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C50S-50I-45.



Figura 5.80 – Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C50S-50I-60.



Figura 5.81 – Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C50S-70I-30.



Figura 5.82 – Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C50S-70I-45.



Figura 5.83 – Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C50S-70I-60.



Figura 5.84 – Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C70S-70I-30.



Figura 5.85 – Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C70S-70I-45.



Figura 5.86 – Deformações específicas para a metade inferior (a) e superior (b) da série C70S-70I-60.
5.7 TENACIDADE

A tenacidade e ductilidade são propriedades diferentes, e estão intrinsecamente relacionadas. A ductilidade é a capacidade que um elemento estrutural tem de se deformar permanentemente, e a tenacidade representa a capacidade em acumular energia antes de alcançar a ruptura.

A tenacidade é obtida pela área sob a curva que representa o comportamento da tensão x deformação específica, limitando-se pela tensão de ruptura e é expressa como u_t .

As Figuras 5.87 e 5.88 representam os diagramas tensão x deformação específica para o corpo de prova C70S-70I-45-04 para a parte inferior e superior do corpo de prova, com as respectivas expressões e R^2 , que apresentam um bom ajuste. Essas expressões foram utilizadas para o cálculo da tenacidade.



Tensão x Def.Esp.- C70S-70I-45-04

Figura 5.87 – Diagrama tensão x deformação específica com linha de tendência e R^2 para o C70S-70I-45-04 (parte inferior do corpo de prova).



Figura 5.88 – Diagrama tensão x deformação específica com linha de tendência e R^2 para o C70S-70I-45-04 (parte superior do corpo de prova).

A Figura 5.89 representa os diagramas tensão x deformação específica para ambas as partes do corpo de prova, juntos no mesmo gráfico.



Figura 5.89 – Diagramas tensão x deformação específica o C70S-70I-45-04 (parte inferior e superior do corpo de prova).

Observa-se que para uma mesma tensão tem-se dois valores de deformação específica; este aspecto sugere que a ligação em resina epóxi permite um certo nível de compressividade entre os elementos, isto é, a resina utilizada se deforma.

Para fins de comparação entre o comportamento da tenacidade entre corpos de prova com mesmo ângulo de junta e com concretos de resistências diferentes, a Figura 5.90 ilustra a maior capacidade de deformação antes da ruptura para o C20.



Figura 5.90 – Diagramas tensão x deformação específica para o C70S-70I-45-04 e C20S-20I-45-01 (partes inferiores dos corpos de provas).

As tenacidades calculadas para as séries de CAR e com ângulo de 45° são representadas na Figura 5.91, e para as séries de CRN, na Figura 5.92.



Figura 5.91 – Módulos de tenacidade para os corpos de prova com junta de 45° para CAR.



Figura 5.92 – Módulos de tenacidade para os corpos de prova com junta de 45° para CRN.

5.8 VALORES DE ADERÊNCIA DE ACORDO COM AS NORMAS INTERNACIONAIS

As normas internacionais fornecem expressões que permitem avaliar valores para tensões de aderência em junções de concreto, com variações em seus níveis de rugosidade. Considerando-se essas expressões e com a consideração de superfície lisa, são apresentadas nas Figuras 5.93 a 5.99 as comparações entre os dados experimentais obtidos e os valores calculados segundo a EN-1992-1-1, Model Code 2010 – FIB-Bulletin 55 e FIB-Bulletin 42.



Figura 5.93 – Aderência média experimental e valores das normas internacionais para a série C20S-20I em função do ângulo de inclinação da junta.



Figura 5.94 – Aderência média experimental e valores das normas internacionais para a série C20S-30I em função do ângulo de inclinação da junta.



Figura 5.95 – Aderência média experimental e valores das normas internacionais para a série C30S-30I em função do ângulo de inclinação da junta.



Figura 5.96 – Aderência média experimental e valores das normas internacionais para a série C30S-50I em função do ângulo de inclinação da junta.





Figura 5.97 – Aderência média experimental e valores das normas internacionais para a série C50S-50I em função do ângulo de inclinação da junta.

Figura 5.98 – Aderência média experimental e valores das normas internacionais para a série C50S-70I em função do ângulo de inclinação da junta.



Figura 5.99 – Aderência média experimental e valores das normas internacionais para a série C70S-70I em função do ângulo de inclinação da junta.

O BULLETIN 42 da FIB tem a sua prescrição restrita para concretos de alta resistência e de alto desempenho, por essa razão a não conformidade para CRN.

A variação do parâmetro K_1 utilizado para o cálculo da tensão de aderência segundo a expressão do ACI-318:2008, sem contemplar a parcela correspondente à armadura transversal ao plano da junta, é apresentada na Figura 5.100. Esses valores de K_1 foram calculados para os resultados experimentais, e alcançam valores condizentes com os preconizados pelo ACI-318:2008 para o CAR. Os resultados de K_1 para CRN indicam que os valores preconizados são muito elevados.



Figura 5.100 – Valores calculados de K1 para as séries ensaiadas.

5.9 ENVOLTÓRIAS DE RUPTURA DE YU

YU *et al.* (2009) apresentaram uma série de expressões para representação de envoltórias de ruptura, baseadas nas tensões intermediárias principais e em dois parâmetros que configuram o tipo de material. Esses parâmetros ($\alpha e b$) já foram abordados no capítulo 2. As envoltórias segundo a TRU são apresentadas nas Figuras 5.101 a 5.121. A metodologia usada na elaboração do critério de YU está mostrada no Anexo 7.



Figura 5.101 - Envoltórias de YU et al. (2009) para a série C20S-20I-30°



Figura 5.102 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C20S-30I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.103 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C30S-30I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.104 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C30S-50I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.105 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C50S-50I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.106 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C50S-70I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.107 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C70S-70I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.108 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C20S-20I-45° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.109 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C20S-30I-45° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.110 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C30S-30I-45° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.111 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C30S-50I-45° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.112 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C50S-50I-45° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.113 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C50S-70I-45° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.114 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C70S-70I-45° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.115 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C70S-70I-45° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.116 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C20S-30I-60° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.117 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C30S-30I-60° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.118 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C30S-50I-60° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.119 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C50S-50I-60° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.120 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C50S-70I-60° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



A variação da tensão de ruptura decorrente da limitação pela resistência à compressão da resina epóxi é mostrado nas Figuras 5.122 e 5.123. A ruptura dos corpos de prova foram monolíticas sem rompimento na junta de colagem. A diminuição na tensão de ruptura foi de 19,83% entre C50R e C50S-50I-30°, e de 31,53% entre C70R e C70S-70I-30°.



Figura 5.122 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para as série C50R e C50S-50I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.123 – Envoltórias de YU *et al.* (2009) para a série C70R e C70S-70I-30° para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.

As variações percentuais das tensões de ruptura em função da variação do ângulo de inclinação da junta nas séries ensaiadas são apresentadas nas Tabelas 5.5 e 5.6, e graficamente nas Figuras 5.124 a 5.126.

СР	f _{cmédio} (MPa)	Percentual em relação a série C50-R (%)	Variação entre séries (%)
C50-R	72,81	100,00	0,00
C50S-50I-30°	58,37	80,17	-19,83
C50S-50I-45°	50,59	69,48	-30,52
C50S-50I-60°	33,10	45,46	-54,54

Tabela 5.5 – Variação da tensão de ruptura para as séries C50S-50I em relação aos valores médios de f_c para C50-R.

Tabela 5.6 – Variação da tensão de ruptura para as séries C70S-70I em relação aos valores médios de f_c para C70-R.

СР	fcmédio (MPa)	Percentual em relação a série C70-R (%)	Variação entre séries (%)
C70-R	86,56	100,00	0
C70S-70I-30°	59,27	68,47	-31,53
C70S-70I-45°	48,80	56,38	-43,62
C70S-70I-60°	46,12	53,28	-46,72



Figura 5.124 – Variação da tensão de ruptura entre as séries C50 e C70 em função do ângulo de inclinação da junta.



Figura 5.125 – Variação das envoltórias de ruptura entre as séries C50R e C50S-50I em função do ângulo de inclinação da junta, para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.



Figura 5.126 – Variação das envoltórias de ruptura entre as séries C70R e C70S-70I em função do ângulo de inclinação da junta, para b =0, b = 0,25, b = 0,5, b = 0,75 e b = 1.

A TRU desenvolvida por YU (2004) a partir da análise para materiais metálicos foi generalizada com a introdução das variações entre as tensões limites de tração e compressão, e com o parâmetro b ($0 \le b \le 1$). As variações de b são 1 para b = 0, 1,10 para b = 0,25, 1,167 para b = 0,5, 1,214 para b = 0,75 e 1,25 para b = 1. Quanto às singularidades das envoltórias para o estado plano de tensões, isto é, nos extremos dos quadrantes tração/tração e compressão/compressão, não apresentam valores que se adequem às expressões já amplamente utilizadas nas normas internacionais. Verifica-se essas diferenças nas Figura 2.16 e 5.127.



Figura 5.127 - Concreto sob solicitação biaxial de YU (2004).

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

São apresentadas as conclusões obtidas nesta pesquisa sobre a junção de concretos de diferentes resistências por meio de adesivo epóxi. A partir das análises dos resultados experimentais e teóricos pode-se concluir que:

- o microscópio USB (VEHO-VMS004) apresentou bom funcionamento, atendendo às expectativas e se mostrando de fácil utilização. É um instrumento que permite agilidade no processo experimental;
- as fotografias da região A (Figura 4.14) são de difícil obtenção, em razão de apresentar-se muito quebradiça em função do corte e manuseio;
- os concretos de menor resistência (C20 e C30) apresentaram-se frágeis tanto no corte quanto na aplicação da rugosidade com jato de água pressurizada;
- a utilização do programa AutoCad agilizou a obtenção da rugosidade imposta e do ângulo θ.
- a rugosidade média correspondeu a 2,013 mm para C20, 1,354 mm para C30, 1,23 mm para C50 e 1,067 para C70;
- as expressões desenvolvidas para as rugosidades médias das classes de concretos utilizadas se mostraram bem ajustadas para análise e comparação dos tipos de rugosidades em cada peça;
- as funções de MAEKAWA *et al.* (2004), apesar de terem sido desenvolvidas para o concreto fissurado, apresentaram conformidade.

com as funções de densidade do ângulo θ para as classes de concreto ensaiadas;

- as funções densidades para os ângulos de contato médio θ apresentaram parâmetros condizentes com o tipo de procedimento utilizado para gerar a rugosidade. Os valores médios para θ foram 28,87° para C20, 24,85° para C30, 25,81° para C50 e 20,62° para C70;
- as características físicas dos concretos de menor resistência (C20 e C30) permitiram uma maior rugosidade, favorecendo a aplicação do adesivo epóxi utilizado;
- o adesivo epóxi utilizado apresentou uma condição muito fluida, o que requereu um cuidado especial e uma técnica mais apurada de aplicação;
- todos os corpos de prova compostos por CRN apresentaram comportamento monolítico na ruptura;
- a série C30S-50I apresentou rompimento monolítico, com ocorrência de fendilhamentos principalmente na metade superior (de menor resistência – C30);
- os resultados obtidos nos ensaios de corpos de prova formados por CRN corroboram os das pesquisas de JANSZE e WALRAVEN (1996), que relataram a ruptura no concreto e não na junta de colagem (Figura 5.22);
- os corpos de prova formados por CAR e com inclinação da junta de 30° apresentaram a ruptura de forma monolítica (Figura 5.23). Houve um decréscimo na tensão de ruptura de 19,83% entre a série C50S-50I e a Série C50-R para cilindros da mesma resistência. De forma análoga ocorreu uma diminuição de 31,53% na tensão de ruptura entre a série C70S-70I-30 e C70R. A maiores resistências foram as das séries C50-R e C70-R (ensaios de compressão uniaxial);
- os resultados obtidos comprovaram que o aumento da resistência do CAR eleva o risco de ruptura na junta de colagem de forma brusca como relataram JANSZE e WALRAVEN (1996) (Figura 5.24);
- a espessura da camada de adesivo epóxi é inversamente proporcional à tensão de ruptura do corpo de prova (Figura 5.25);
- todas as séries formadas por CAR e inclinação de 45° e 60° (C50S-50I-45, C50S-70I-45, C70S-70I-45, C50S-50I-60, C50S-70I-60, C70S-70I-60) apresentaram a ruptura de forma brusca na junta de colagem.

- as deformações específicas dos ensaios das séries C20S-20I, C20S-30I e C30S-30I (Anexo 5) ficaram dentro dos padrões usuais;
- nas Figuras 5.78 a 5.86 que as deformações específicas diminuíram com o aumento da inclinação da junta, ressaltando-se que para 30° e 45° os valores foram muito próximos, porém, com rompimento na junta para 45°. Os menores valores das deformações específicas foram para inclinação de 60°;
- na Figura 5.91 que para ut ≈ 0,001 encontraram-se 28 resultados, sendo 14 para a parte superior e 14 para a parte inferior. Na Figura 5.92, constataram nove resultados abaixo da ut = 0,001 e 22 resultados acima, sendo 11 para a parte superior e 11 para a parte inferior. Isso permitiu concluir que o CRN com inclinação de 45° se teve ut muito superior ao do CAR, ou seja, o CAR foi muito menos dúctil do que o CRN, fato já fartamente constatado na literatura para corpos de prova;
- nas Figuras 5.66, 5.67, 5.70, 5.71, 5.74 e 5.75 que a quase linearidade dos resultados para as componentes verticais indicaram a falta de ductilidade;
- na Figura 5.89 observou-se que para uma mesma tensão ocorreram dois valores de deformações principais, uma para cada metade do corpo de prova. Esse aspecto sugere que a ligação em resina epóxi admite um certo nível de compressibilidade entre os elementos, isto é, a resina se deformou;
- nas Figuras 5.93 a 5.99 que os valores preconizados pela EN1992-1 para tensão de aderência são muito próximos aos resultados experimentais, para inclinação da junta de 30°. Valores abaixo dos experimentais foram encontrados para as séries (C20S-20I (0,35%), C20S-30I (0,13%) e C30S-30I (0,69%). Para valores acima dos experimentais para as séries, C30S-30I (10,24), C50S-50I (0,26%), C50S-70I (1,02%) e C70S-70I (1,19%). No caso de maior variação foram utilizados concretos de diferentes tipos e resistências (C30S-50I);
- os valores médios dos resultados experimentais para tensão de aderência com inclinações de 45° e 60° foram maiores que os calculados pela expressão da EN1992-1. Os valores médios foram 56,77% para 45° e 30,42% para 60° em relação aos resultados experimentais;
- a expressão da EN1992-1 apresentou boa calibração para CRN e foi mais conservadora para os concretos CAR;
- o BULLETIN 42:2008, calibrado para CAR, só apresentou valores conservadores para inclinação de 60°. Para inclinações de 30° e 45°, os valores

extrapolaram os resultados experimentais. Os valores da tensão de aderência calculados pelo B42, ficaram acima dos resultados experimentais em 101,68% para 30% e 22% para 45°. Para inclinação de 60° os valores calculados ficaram mais conservadores, com uma variação média de 16,47% abaixo dos resultados experimentais;

- o BULLETIN 55:2010 apresentou boa calibragem. Os valores calculados extrapolaram os resultados experimentais para inclinação de 30° com as seguintes taxas: 9,53% para a série C20S-20I, 8,31% para a série C20S-30I, 4,00% para a série C30S-30I e 9,25% para a série C30S-50I. As diferenças percentuais entre os resultados experimentais e os calculados pelo B55:2008 para CAR ficaram em 6,09% para 30°, 37,20% para inclinação de 45° e 54,75 para 60°, sendo os valores para 45° e 60° mais conservadores;
- o parâmetro K₁ do ACI-318:2008 foi caracterizado com os resultados dos ensaios realizados e verificou-se que para CRN ele foi muito elevado, chegando a ser a quarta parte do preconizado, que equivale a 400 psi (2,758 MPa). Quanto aos resultados para CAR ocorre uma boa calibragem, obtendo-se um valor médio de 444,61 psi (3,065 MPa). O ACI-318:2008 adequou-se melhor aos concretos CAR;
- as envoltórias da TRU, desenvolvidas por YU (2004), aparentemente de expressões simples, são de execução trabalhosa;
- nas envoltórias de YU (2004), no quadrante correspondente a tração/tração, a expressão 2.91 só apresentou ajuste para a soma entre seus termos e não subtração;
- a TRU se mostrou mais adequada para materiais metálicos. Essa teoria introduziu dois parâmetros em suas expressões (α que é a razão em módulo entre as tensões limites de tração e de compressão e o b que identifica o tipo de material com valores 0 ≤ b ≤ 1) para generalizar a utilização de suas envoltórias;
- não só a tensão de tração e a de compressão entram como parâmetros. Essa teoria conta também com o valor de α e b;
- não se considerando as diferenças já relatadas quanto às singularidades tração/tração e compressão/compressão, que nas Figuras 5.101 a 5.121 os valores médios dos quadrantes apresentam valores adequados para o material concreto, definido pelo valor de α e b = 1;

- nas Figuras 5.122 e 5.123 fica clara a diferença entre os comportamentos experimentais para corpos de prova cilíndricos colados com resina epóxi e os íntegros utilizados para determinação da tensão de ruptura sob tensão uniaxial. Em relação à série C50-R, o valor médio da série C50S-50I-30 foi menor 19,83%, 32,52% menor para a série C50S-50I-45 e 54,54% menor para série C50S-50I-60. Em relação à série C70-R, os valores foram 31,53% menor para a série C70S-70I-30, 43,62% para a série C70S-70I-45 e 46,72% na C70S-70I-60;
- na Figura 5.124 a variação dos resultados para a tensão de ruptura entre as séries C50 foram: 80,17% do valor de C50-R para a série C50S-50I-30, 69,48% do valor de C50-R para a série C50S-50I-45 e de 45,46% do valor de C50-R para a série C50S-50I-60;
- na Figura 5.125, a variação dos resultados para a tensão de ruptura entre as séries C70 foram: 68,47% do valor de C70-R para a série C70S-70I-30, 56,38% do valor de C70-R para a série C70S-70I-45 e de 53,28% do valor de C70-R para a série C70S-70I-60;
- as singularidades nas envoltórias para o estado plano de tensões, nos extremos dos quadrantes tração/tração e compressão/compressão, não apresentaram valores que se adequem as expressões já amplamente utilizadas nas normas internacionais. Verificam-se essas diferenças nas Figura 2.16 e 5.127;
- com relação aos valores médios para tensão de ruptura, foram verificadas 3 maiores ocorrências para α = 30°, 3 maiores ocorrências para α = 45° e 1 maior ocorrência para α = 60° (Tabela 4.9);
- com relação aos valores médios para tensão normal ao plano inclinado, todas as maiores ocorrências foram para α = 30° (Tabela 4.10);
- com relação aos valores médios para tensão de aderência, foram verificadas 2 maiores ocorrências para α = 30°, 4 maiores ocorrências para α = 45° e 1 maior ocorrência para α = 60° (Tabela 4.11);
- a combinação de CRN e CAR aliada a uma maior área de colagem (α = 60°) proporcionou valores mais elevados para a tensão de ruptura e para a tensão de aderência na série C30S-50I.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Com o intuito de dar continuidade a esta pesquisa são apresentadas a seguir diversas sugestões para futuros trabalhos:

- a verificação da tensão de aderência em corpos de prova com mesmas inclinações, mas com e sem rugosidade;
- a utilização de corpos de prova prismáticos com mesma inclinação da junta, mesma rugosidade e com áreas diferentes de colagem podem subsidiar de forma importante os cálculos para sua utilização;
- a quantificação experimental da deformação da camada de adesivo epóxi em função da espessura de sua camada;
- a utilização do MEF para verificação do comportamento dos corpos de prova utilizados neste trabalho;
- a utilização de fotografias tiradas com o microscópio USB de forma a compor uma maior região de estudo, principalmente nas regiões laterais dos corpos de prova (regiões B e D), mostrado na Figura 6.1.
- a obtenção da razão entre a área de agregados graúdos e a área de argamassa na seção transversal do corpo de prova.



Figura 6.1- Composição de maior superfície com fotos tiradas pelo microscópio USB.

7. OBRAS CITADAS

AÏTCIN, P. C. *Concreto de Alto Desempenho*. Trad. Geraldo G. S. São Paulo: Ed. Pini, 2000. 667 p. Tradução de: High Performance Concrete.

AMERICAN CONCRETE INSTITUE. ACI 318: Building code requirements for structural concrete and commentary. ACI Standart, USA, 2008. 471p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR5738- Procedimento para moldagem e cura de corpos-de-prova – Método de ensaio.* Rio de Janeiro, RJ, Brasil, dez. 2003.

_____. NBR7222- Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corposde-prova cilíndricos – Método de ensaio. Rio de Janeiro, RJ, Brasil, mar. 1994.

_____. *NBR6118-Projeto de estruturas de concreto - Procedimento*, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, abr. 2004.

____. NBR8522-Concreto- Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão – Método de ensaio, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, abr. 2008.

BASS, R. A.; CARRASQUILO, R.L.; JIRSA, J.O. Shear transfer across new and existing concrete interfaces. ACI *Structural Journal*, USA. July-August, 1989. P.383-393.

BIRKLAND, P.W.; BIRKLAND, H. W. Connections in precast concrete construction. ACI *Journal*, v.63, n.3, march 1966, p.345-368.

BUCHAIM, R. *Influência da não-linearidade física do concreto armado na rigidez à flexão e na capacidade de rotação plástica*. São Paulo. 2001. 260f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

CHEN, W. Plasticity in reinforced concrete. 1ed. USA: J.Ross Publishing, 2007. 474p.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. FIB BULLETIN 55: Model Code 2010, First complete draft. London, Thomas Telford, v.1, 2010.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. FIB BULLETIN 42: Constitutive modeling of high strength/high performance concrete. Stuttgart, 2008.

EIBL, J. FRANKE, L. HJORTH, O. Versuche mit kunsthärzmörteln. Die Bautechnik, Ernst & Sohn, n.10, 1972. P.348-354.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, STANDARD EN 1992-1-1:2004, *Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings.* Bruxelles, Belgique, Dec., 2004.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. *Precast concrete bridges*. CEB-FIP Bulletin 29. Task Group 6.4, Precast bridges. International Federation for structural concrete. 2004.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. Special design considerations for precast prestressed hollow core floors. CEB-FIP Bulletin 6. International Federation for structural concrete. 2000.

FIB STRUCTURAL CONCRETE. *Textbook on behaviour, design and performance*. Update knowledge of the CEB/FIP Model Code 1990. Committee Euro-International du Beton. v.1. 1999.

GUERRANTE, I. F. *Confinamento em pilares de concreto de elevado desempenho por armadura transversal.* Rio de Janeiro. 191. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Faculdade de Engenharia da UFF. Universidade Federal Fluminense. Rio de Janeiro, 2006.

HASHIGUCHI, K. Elastoplasticity theory. LNACM. Berlin: Springer, v.42. 2009. 407p.

HSU, T. T. C., MAU, S.T. *Discussion of WALRAVEN (1987)*, PCI Journal, V.33, N.1, Jan–Feb, 1988, p.166-170.

JACINTHO, A.E.P.G. de A.; GIONGO, J.M. I. Resistência Mecânica do Concreto. In:____.*Concreto: Ensino, Pesquisa e Realizações.* São Paulo: ed. Geraldo C. Isaia, 2005. 1600p. cap.20, p.605-632. 2v.

JANSZE, W. WALRAVEN, J. C. *Failure behavior of joints between HSC members, subjected to shear and compressive stresses.* In: 4th International Symposium on utilizations of high strength/high performance concrete. Paris. p.1085-1093. 1996.

JÚLIO, N. B. S.; BRANCO, F. A .B.; LOURENÇO, J. F. *Influence of added concrete compressive strength on adhesion to a existing concrete substrato*. Building and Environment, USA: Elsevier, v.41, p.1934-1939, june, 2005.

KUPFER, H. untersuchung des Tragverhaltens eines aus Betonfertigteilen zusammengespannten Trägers mit Verklebung in den Fugen. Versuchsbericht. 41p. Technische Hochschule München. München. 1972.

MAEKAWA, K.; PIMANMAS, A.; OKAMURA, H. Nonlinear mechanics of reinforced concrete. USA: Spon Press, 2004. 721p.

MATTOCK, A. H.; CHOW, H.C. JOHAL, L. Shear transfer in reinforced concrete with moment or tension acting across the shear plane. *PCI Journal*, USA. July-August, 1975. P.76-93.

MATTOCK, A. H.; LI, W.K.; WANG, T. C. Shear transfer in lightweight reinforced concrete. *PCI Journal*, Jan-Feb, 1976, p.20-39.

MATTOCK, A. H.; MAU, S.T.; HSU, T. T. C. Discussion of WALRAVEN (1987). *PCI Journal*, v.33, n.1, Jan-Feb, 1988, p.166-174.

MATTOCK, A. H.; WAWKINS, N. M.. Shear transfer in reinforced concrete – Recent research. *PCI Journal*, USA. March-April, 1972. P.55-75.

NIELSEN, M. P. Limit analysis and concrete plasticity. 2ed. USA: CRC Press, 1999. 908p.

SÁNCHEZ, E. Elementos de mecânica dos sólidos. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 2000.258p.

TANAKA, Y.; MURAKOSHI, J.; YASUMORI, H.; ASAI, H.; NAKAMURA, S. *Effectiveness of cohesion on horizontal shear transfer for composite prestressed concrete girders*. PWRI, Japan, 2006. Disponível em www.pwri.go.jp/eng/ujnr/tc/g/pdf/24/24-3-2tanaka.pdf>. Acesso em 23 de fevereiro de 2011.

WALRAVEN, J. C.; STROBAND, J. Shear friction in high-strength concrete. *ACI-Conference* "*High-Strength Concrete*", Singapore, 1993, p.311-330.

YU, M. Unified strength theory and its applications. led. Germany: Springer, 2004. 412p.

YU, M.; MA, G.; LI, J. Structural plasticity: limit, shakedown and dynamic plastic analysis of structures. 1ed. USA: Springer, 2009. 384p.

YU, M.; MA, G.; QIANG, H. ZHANG, Y. *Generalized plasticity*. First ed. Germany: Springer, 2006. 447p.

ZHU, Y. Bond between new and old concrete. *In: International RILEM Workshop*, 1., 1989, Sweden. Anais... Chapman and Hall, 1989. P.179-186.

REINHARDT, H. W. Length influence on bond shear strength of joints in composite precast concrete slabs. *International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete*, v.4, n.3, August, 1982, p.139-143.

ZILCH, K. REINECKE, R. Capacity of shear joints between high-strength precast elements and normal cast-in-place decks. In: International Symposium on high-performance concrete – The economical solution for durable bridges and transportation structures. *PCI/FHWA/FIB*, *Precast/Prestressed Concrete Institute*, USA. Orlando. 2000.

8. OBRAS CONSULTADAS

BASS, R. A., CARRASQUILLO, R. L., JIRSA, J. O. Shear transfer across new and existing concrete interfaces. ACI Structural Journal, USA. July-August 1989, p.383-393.

BESSON, J., CAILLETAUD, G., FOREST, S., BLÉTRY, M. Non-linear mechanics of materials.USA: Springer Dordrecht Heidelberg, 2010. 433p.

CHEN, W. F., HAN, D. J. *Plasticity for structural engineers*.USA: J. Ross Publishing edition, 2007. 606p.

DOYLE, J. F. *Modern experimental stress analysis*. England: John Wiley & Sons Ltda, 2004. 424 p.

KANNINEM, M. F., POPELAR, C. H. *Advanced fracture mechanics*.USA: Oxford University Press, 1985. 563p.

KRENK, S. *Non-linear modeling and analysis of solids and structures*. United Kingdom: Cambridge University Press, 2009. 349p.

KUMAR, S., BARAI, S. V. Concrete fracture models and aplications. Germany: Springer–Verlag Berlin Heidelberg, 2011. 262p.

LUBLINER, J. Plasticity theory. USA: Pearson Education, Inc., 2006. 528p.

MAEKAWA, K., BUJADHAM, B.*Qualitative studies on mchanisms of stress transfer across cracks in concrete*. JSCE, USA. N.451, V.17, August 1992, p.265-275.

MAEKAWA, K., QURESHI, J. Stress transfer across interfaces in reinforced concrete due to aggregate interlock and dowel action. JSCE, USA. N.557, V.34, Feb 1997, p.159-172.

NÁPOLES, S., OLIVEIRA, M., OLIVEIRA, S. Fourier analysis: graphical animation and analysis of experimental data with excel. EJSIE, V.5, n.2, 2012. Disponível em http://epublications.bond.edu.au/cgi/viewcontent.cgi?article=1113&context=ejsie, Acesso em 04 de junho de 2013.

PATNAIK, A. K., LOOV, R. Horizontal shear strength of composite concrete beams with a rough interface. PCI Journal, USA. Jan-Feb 1994, p.48-66.

WALRAVEN, J. C., FRÉNEY, J., PRUIJSSERS, A. Influence of concrete strength and loading history on the shear friction capacity of concrete members. Journal of the PCI, vol.32, n.1, Jan/Feb 1987, p.66-84.

YU, M. H., LI, J. C. *Computational Plasticity*. 1ed. Germany: Zhesiang University Press, Hangzhou and Springer Verlag Berlin Heidelberg, 2012. 529p.

YU, M. H., LIU, F. *Twin shear three-parameter criterion and its smoth ridge model*. China Civil Engng. J.21(3), 1988, p.90-95.

ZILL, D. G., WRIGTH, W. S. Advanced engineering mathematics. 4th ed. USA: Jones and Bartlett Publishers, 2011. 883p.