

**IRANI PEREIRA DOS SANTOS VILELA**

**ANÁLISE DE RADIERS DE CONCRETO ESTRUTURAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal Fluminense, Escola de Engenharia, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil. Área de Concentração: Tecnologia da Construção e Estruturas.

Orientador: Prof. Emil de Souza Sánchez Filho, D. Sc.

Niterói  
2016

IRANI PEREIRA DOS SANTOS VILELA

## **ANÁLISE DE RADIERS DE CONCRETO ESTRUTURAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal Fluminense, Escola de Engenharia, como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Civil. Área de Concentração: Tecnologia da Construção e Estruturas.

### **BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Emil de Souza Sánchez Filho, D. Sc. – Orientador  
Universidade Federal Fluminense

---

Prof<sup>a</sup>. Mayra Soares Lima Perlingeiro, D. Sc.  
Universidade Federal Fluminense

---

Prof<sup>a</sup>. Elisa Dominguez Sotelino, D. Sc.  
PUC – Rio

---

Prof. Miguel Paoliello Pimenta, D. Sc.  
Universidade Federal de Juiz de Fora

A

*Amáblio e Ivoleide, meus pais, e a Wisley.*

## **AGRADECIMENTOS**

Ao Prof. Emil de Souza Sánchez Filho, pela paciência, orientação, generosidade e disposição em apoiar todas as fases deste trabalho.

À Adriana Cavalcanti que me mostrou o caminho de volta para a Academia.

À Cleide Conceição pelo carinho ao lembrar-me de meu próprio potencial.

Ao Armando Preizal pelo incentivo e encorajamento.

À empresa Adaptsoft por disponibilizar uma licença temporária do *software* Adapt Builder 2015 e o suporte de Fábio Albino de Souza.

À PLAXIS pelo envio da licença para uso acadêmico do *software* Plaxis 3D.

*“Today's scientists have substituted mathematics for experiments, and they wander off through equation after equation, and eventually build a structure which has no relation to reality.”*

## RESUMO

A fundação em radier ainda tem poucas publicações no Brasil, sendo usada na maioria das vezes em habitações de interesse social. Este trabalho visa estudar vários aspectos da análise de um radier, em especial o comportamento do solo, por meio do seu módulo de reação, e a sua influência nas tensões transmitidas ao solo. Dedicou-se um capítulo deste estudo ao concreto protendido com o objetivo de se verificar o desempenho da estrutura com base nos parâmetros do ACI 318-11. Foram estudados métodos teóricos e relações sugeridas pela literatura para conhecimento do módulo de reação do solo. Abordaram-se rotinas de dimensionamento, um método simplificado e outro baseado no método dos elementos finitos, por meio de uma implementação computacional para avaliar a precisão dos resultados do método simplificado e do mais refinado. Com relação ao concreto protendido elaborou-se um modelo computacional do mesmo radier previamente analisado em concreto armado. Os resultados do estudo do módulo de reação indicam que introduzir os parâmetros do solo nas análises leva a dimensionamentos menos conservativos. Verificou-se que entre os fatores que precisam ser levados em consideração na escolha do método de análise de um radier estão a magnitude dos carregamentos e o grau de complexidade da superestrutura.

**Palavras-chave:** fundação em radier, módulo de reação, concreto protendido.

## ABSTRACT

In Brazil, the raft foundation is still scantily studied, most of its use being for social interests housing. This work aims at examining several aspects of the analysis of a raft foundation, especially on the behavior of the soil, through the modulus of the sub-grade reaction of the soil and its influence on the strengths transmitted to the soil. A chapter has been dedicated to the study of the prestressed concrete, aiming at the assessment of the structure performance according to the parameters of the ACI 318-11. The theoretical methods and correlations suggested by the literature for understanding the reaction module of the soil were studied. The dimensioning routines, comprised of a simplified approach, and of an FEM approach, were analysed through a computational implementation, aiming at the evaluation of the accuracy of the results obtained through the simplified approach, and by the more sophisticated method. As to the prestressed concrete, a computational model based on the raft foundation previously analyzed for reinforced concrete was developed. The results of the study of the modulus of subgrade reaction indicate that introducing the parameters of the soil in the analyses leads to less conservative dimensioning. The magnitude of the loadings and the degree of complexity of the superstructure are aspects that must be evaluated in the process of choice of the raft foundation analysis method.

**Keywords:** raft foundation, modulus of subgrade reaction, prestressed concrete.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Modelo de bielas e tirantes para o bloco de coroamento com duas estacas.....	10
Figura 2.1: Tensões na base de uma fundação rígida. ....	14
Figura 2.2: Tensões na base de uma fundação flexível. ....	15
Figura 2.3: Reação do solo sobre uma fundação – Teoria de Winkler.....	16
Figura 2.4: Elemento entre duas seções transversais de uma viga com inércia constante.....	16
Figura 2.5: Viga de comprimento infinito com uma carga concentrada $P$ .....	19
Figura 3.1: Radiers: (a) lisos; (b) com pedestais; (c) nervurados; (d) em caixão. ....	23
Figura 3.2: Radiers: (a) diretamente sobre o solo; (b) em estacas; (c) em caixão flutuante.....	24
Figura 3.3: Esquema de cálculo de um radier pela área de influência do pilares.....	27
Figura 3.4: Distribuição das faixas em um radier nas direções $X'$ e $Y'$ .....	29
Figura 3.5: Distribuição dos momentos de flexão e posicionamento das armaduras.....	30
Figura 3.6: Fundação sobre solo, de Winkler. ....	31
Figura 3.7: Região II, solo considerado rígido; Região I, solo considerado como parte do sistema estrutural. ....	34
Figura 3.8: Variação da distribuição de pressões e deslocamento em função do tipo de solo e fundação. ....	35
Figura 3.9: Comprimento característico da faixa de influência do carregamento sugerido pela VSL International LTD.....	36
Figura 3.10: Correlação entre o módulo de reação vertical e o Índice Suporte Califórnia. ....	44
Figura 4.1: Seção transversal, radier protendido. FIB bulletin 31.....	49
Figura 4.2: Ações solicitantes devido ao efeito da protensão em uma seção $S$ ,.....	50
Figura 4.3: Efeito da protensão de cabo curvo por meio de uma ação equivalente. .	51
Figura 4.4: Diagrama tensão vs deformação específica do concreto segundo a NBR 6118/2014. ....	55
Figura 4.5: Cordoalha para concreto protendido. ....	56
Figura 4.6: Diagrama tensão vs deformação específica para aços de armaduras ativas. NBR 6118:2014 .....	57
Figura 4.7: Distribuição das cordoalhas. ....	58
Figura 4.8: Armadura para resistência à punção ,studs. ....	60
Figura 4.9: Armadura para resistir ao colapso progressivo. ....	60
Figura 5.1: Radier 13,70 m X 8,5 m X 0,50 m .....	63
Figura 5.2: Pontos onde as reações do solo são apresentadas.....	66
Figura 5.3: Divisão do radier em faixas longitudinais .....	68
Figura 5.4: Divisão do radier em faixas transversais.....	69
Figura 5.5: Faixa ALMJ, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão, c) força cortante. ....	72
Figura 5.6: Faixa LBKM, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão, c) força cortante. ....	73
Figura 5.7: Faixa ABDC, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão, c) força cortante. ....	74
Figura 5.8: Faixa DHGC, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão, c) força cortante. ....	74



Figura 5.9: Faixa HKLG, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão, c) força cortante. ....	75
Figura 5.10: Parâmetros de entrada para o <i>software Plaxis</i> – tipo do solo. ....	78
Figura 5.11: Parâmetros de entrada para o <i>software Plaxis</i> – coesão, ângulo de atrito, coeficiente de Poisson, módulo de deformabilidade. ....	79
Figura 5.12: Parâmetros de entrada – parâmetros para tensões laterais iniciais. ....	79
Figura 5.13: Perfil do solo. ....	80
Figura 5.14: Convenção de eixos para o elemento finito gerado pelo PLAXIS. ....	80
Figura 5.15: Eixos locais do elemento finito. ....	80
Figura 5.16: Geometria do radier e do maciço do solo. ....	81
Figura 5.17: Radier deformado $ U_z $ . ....	82
Figura 5.18: Deformação $U_z$ . ....	83
Figura 5.19: Tensão $\sigma_{zz}$ na área do radier ( $Z=0$ ). ....	84
Figura 5.20: Momento de flexão longitudinal M11. ....	88
Figura 5.21: Placa deformada. ....	89
Figura 5.22: Geometria do radier protendido de altura constante, 13,7m X 8,5 m X 0,4 m. ....	90
Figura 5.23: Malha de elementos finitos. ....	91
Figura 5.24: Distribuição das cordoalhas. ....	92
Figura 5.25: Locação das cordoalhas – planta. ....	93
Figura 5.26: Perfil das cordoalhas paralelas ao eixo X. ....	93
Figura 5.27: Perfil das cordoalhas paralelas ao eixo Y. ....	94
Figura 5.28: Perfil das cordoalhas paralelas ao eixo Y, entre os pilares P3 e P4. ....	94
Figura 5.29: Combinações de carregamentos. ....	95
Figura 5.30: Estrutura deformada, <i>service total load</i> . ....	96
Figura 5.31: Support Lines e tributary area, direção X. ....	97
Figura 5.32: <i>Support lines</i> e <i>tributary area</i> , direção Y. ....	98
Figura 5.33: Deslocamentos nas <i>support lines</i> , direção X. ....	99
Figura 5.34: Deslocamentos nas <i>support lines</i> , direção Y. ....	100
Figura 5.35: Critérios de dimensionamento ACI 318/2011. ....	101
Figura 5.36: Critérios de dimensionamento ACI 318/2011, força cortante e momento de flexão. ....	101
Figura 5.37: Tensões nas fibras superiores direção X. ....	103
Figura 5.38: Tensões nas fibras superiores direção Y. ....	104
Figura 5.39: Tensões nas fibras inferiores direção X. ....	105
Figura 5.40: Tensões nas fibras inferiores direção Y. ....	106
Figura 5.41: Tensões de compressão média, direção X. ....	109
Figura 5.42: Tensões pré-compressão média mínima, direção Y. ....	110
Figura 5.43: Momento resistente e envoltória do momento solicitante, direção X. ....	111
Figura 5.44: Momento resistente e envoltória do momento solicitante da seção, direção Y. ....	112

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1: Valores do coeficiente de forma $I_s$ para um carregamento na superfície e um meio de espessura infinita.....	38
Tabela 3.2: Valores do módulo de reação para solos não coesivos, .....	40
Tabela 3.3: Valores do módulo de reação para solos coesivos).....	40
Tabela 3.4: Fator $\alpha$ de correlação $E_s$ com $q_c$ , .....	41
Tabela 3.5: Coeficiente $\kappa$ de correlação entre $q_c$ e $N_{SPT}$ .....	42
Tabela 3.6: Coeficiente de Poisson.....	42
Tabela 3.7: Valores de $\kappa$ em, $kN/m^3$ .....	42
Tabela 3.8: Valores módulo de reação vertical. ....	43
Tabela 4.1: Tolerância no posicionamento das cordoalhas. ....	61
Tabela 5.1: Parâmetros adotados com base nas Tabelas 3.3, 3.4 e 3.5 .....	63
Tabela 5.2: Fator de forma $I_{s,}$ interpolação com base na Tabela 3.1 .....	64
Tabela 5.3: Coordenadas para o centro de forças e da excentricidade. ....	65
Tabela 5.4: Tensões sob o radier nos pontos em destaque na Figura 5.2.....	67
Tabela 5.5: Faixas longitudinais do radier com respectivas pressões e carregamento total. ....	70
Tabela 5.6: Faixas transversais do radier com respectivas pressões e carregamento total. ....	70
Tabela 5.7: Fator , carregamentos modificados, faixas longitudinais. ....	71
Tabela 5.8: Fator F, carregamentos modificados, faixas Transversais. ....	71
Tabela 5.9: Recalque imediato ( $y$ ) nas extremidades das faixas. ....	76
Tabela 5.10: Recalque imediato ( $y$ ) no centro das faixas.....	76
Tabela 5.11: Valores teóricos para o módulo de reação do solo ( $\kappa$ ). ....	77
Tabela 5.12: Tensão $\sigma_{zz}$ e deslocamento $u_{zz}$ nos pontos da Figura 5.2. ....	85
Tabela 5.13: Variação do módulo de reação no interior do radier.....	86
Tabela 5.14: Deslocamentos nos modelos I e II.....	87

## LISTA DE QUADROS

Quadro 4.1: Classes de resistência de concretos estruturais, NBR 8953:2015. ....	53
Quadro 4.2: Classes de consistência NBR 8953:2015.....	53

## LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIações

ACI – American Concrete Institute.

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas.

FIB – Fédération Internationale du Béton.

FIP – Fédération Internationale de la Précontrainte.

MEF – Método dos elementos finitos.

NBR – Norma Brasileira.

PAC – Programa de Aceleração do Crescimento.

SPT – Standard Penetration Test.

### SÍMBOLOS

#### LATINOS

##### MAIÚSCULOS

$A_i$  – área de influência dos pilares.

$A_s$  – área de armadura passiva.

$B$  – lado menor da fundação.

$C$  – área da seção transversal.

$E_c$  – módulo de elasticidade do concreto.

$E_{ci}$  – módulo de elasticidade inicial do concreto.

$E_{oed}$  – módulo oedométrico.

$E_{cs}$  – módulo de elasticidade secante do concreto.

$E_s$  – módulo de deformabilidade do solo.

$G$  – módulo de elasticidade transversal do concreto; módulo de resistência ao cisalhamento do solo.

$I$  – momento de inércia da seção transversal.

$I_s$  – fator de forma.

$L$  – comprimento característico da área de influência.

$M$  – momento de flexão.

$M_d$  – momento de flexão de cálculo.

$M_p$  – momento isostático de protensão.

$N_c, N_q$  – fatores de capacidade de carga.

$N_p$  – força normal de protensão.

$N_{SPT}$  – número de golpes, resistência à penetração.

$P$  – carga concentrada aplicada.

$Q$  – força cortante.

$Q_i$  – carga no pilar.

$S_c, S_q$  – fatores de forma.

$V_p$  – força cortante de protensão.

## MINÚSCULOS

$c$  – coesão do solo.

$e$  – distância do centro de gravidade da seção e o centro de gravidade dos cabos.

$f'_c$  – resistência característica à compressão do concreto aos 28 dias, ACI 318/2011.

$f_{ck}$  – resistência característica à compressão do concreto na idade considerada, NBR 6118/2014.

$f_{cm}$  – resistência média à compressão na idade considerada, ACI 318/2011.

$f_{ctk}$  – resistência característica à tração do concreto, NBR 6118/2014.

$f_{ctm}$  – resistência média à tração do concreto, NBR 6118/2014.

$f_y$  – resistência característica do aço.

$f_r$  – tensão resistente do concreto após as perdas de protensão, ACI 318/2011.

$l$  – distância entre os pilares.

$q$  – tensão no solo.

$q_a$  – tensão admissível do solo.

$q_c$  – resistência de ponta do cone.

$s$  – desvio padrão.

$w$  – módulo de resistência da seção.

$y$  – expressão da linha elástica.

## GREGOS

$\alpha$  – ângulo de inclinação da tangente ao cabo de protensão.

$\varepsilon$  – deformação específica.

$\phi$  – ângulo de atrito do solo.

$K$  - fator de correlação entre  $E_s$  e  $q_c$ .

$\kappa$  – módulo de reação do solo.

$\kappa_s$  – coeficiente de apoio elástico.

$\sigma$  – tensão normal.

$\nu$  – coeficiente de Poisson.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>9</b>
1.1	NOTAS INICIAIS .....	9
1.2	JUSTIFICATIVAS.....	9
1.3	METODOLOGIA.....	11
1.4	OBJETIVOS.....	11
1.5	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	12
<b>2</b>	<b>CONCEITOS FUNDAMENTAIS</b> .....	<b>13</b>
2.1	NOTAS INICIAIS .....	13
2.2	COMPORTAMENTO DO SOLO .....	13
2.3	MODELO DE WINKLER PARA FUNDAÇÕES ELÁSTICAS.....	16
2.3.1	<b>Viga sobre apoio elástico com uma carga concentrada</b> .....	<b>18</b>
<b>3</b>	<b>MODELOS TEÓRICOS</b> .....	<b>22</b>
3.1	NOTAS INICIAIS .....	22
3.2	MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO.....	25
3.2.1	<b>Radier rígido</b> .....	<b>25</b>
3.2.2	<b>Radier flexível</b> .....	<b>31</b>
3.2.3	<b>Estudo do Módulo de Reação do Solo</b> .....	<b>33</b>
3.3	PROGRAMAS COMPUTACIONAIS BASEADOS NO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	44
3.3.1	<b>Adapt Builder 2015</b> .....	<b>45</b>
3.3.2	<b>Plaxis 3D</b> .....	<b>46</b>
<b>4</b>	<b>RADIER PROTENDIDO</b> .....	<b>47</b>
4.1	TENSÕES NORMAIS NA SEÇÃO TRANSVERSAL.....	49
4.2	CONCRETO E AÇO NOS ELEMENTOS PROTENDIDOS.....	52
4.2.1	<b>Concreto</b> .....	<b>52</b>
4.2.2	<b>Aços de protensão</b> .....	<b>55</b>
4.3	RECOMENDAÇÕES CONSTRUTIVAS .....	58
<b>5</b>	<b>ESTUDO DE CASOS</b> .....	<b>62</b>
5.1	RADIER RETANGULAR DE ALTURA CONSTANTE .....	62
5.2	MODELO I – RADIER DE ESPESSURA CONSTANTE MÉTODO SIMPLIFICADO DE ANÁLISE.....	62
5.2.1	<b>Esquemas estruturais e diagramas de momentos de flexão e força cortante das faixas</b> .....	<b>71</b>
5.2.2	<b>Valores teóricos do módulo de reação e estimativa dos recalques</b> .....	<b>75</b>
5.3	MODELO II – ANÁLISE DO RADIER DO MODELO I NO PROGRAMA <i>PLAXIS</i> 3D PELO MEF .....	77
5.4	MODELO III – RADIER PROTENDIDO DE ESPESSURA CONSTANTE IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL NO <i>ADAPT BUILDER</i> 2015.....	89
<b>6</b>	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS</b> .....	<b>114</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS</b> .....	<b>116</b>
7.2	CONCLUSÕES.....	116
7.3	SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS.....	117
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS E SÍTIOS DA INTERNET</b> .....	<b>118</b>
7.1	SÍTIOS DA INTERNET .....	120

<b>8</b>	<b>ANEXOS.....</b>	<b>122</b>
----------	--------------------	------------



## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 NOTAS INICIAIS

No Brasil mais recentemente, o uso da fundação em placa ou radier está associado às obras de interesse social como o Programa de Arrendamento Residencial – (PAR) da Caixa Econômica Federal (DÓRIA, 2007). Assim, radier é a solução de fundação geralmente recomendada para solos com baixa capacidade de carga e estruturas de pequeno porte.

Esse fato talvez explique a pouca atenção que se tem dado à fundação em placa no Brasil, tanto pela indústria da construção civil quanto por parte dos meios acadêmicos.

Não existe norma brasileira específica para a fundação em radier em que sejam estabelecidos os critérios de dimensionamento e as recomendações construtivas. O tema radier vem sendo tratado apenas como capítulos inseridos em alguns livros sobre fundações, carecendo de rotinas sistematizadas que facilitem o trabalho do engenheiro estrutural.

Alguns métodos simplificados têm sido usados com relativo sucesso para o dimensionamento e detalhamento. Entretanto, permanece o desafio para os engenheiros de estabelecer o equilíbrio entre o dimensionamento seguro e econômico da fundação em radier.

### 1.2 JUSTIFICATIVAS

O crescimento econômico do início da década levou à ampliação das plantas de instalações industriais. Os carregamentos impostos às fundações desses equipamentos, em geral, são de grande magnitude. Além disso, as projeções das fundações de alguns desses equipamentos sobre o solo, cobrem uma grande área para que se adaptem à geometria dos mesmos. Nesse caso é costume optar pelo bloco como solução de fundação.

Os blocos são elementos estruturais volumétricos de transição que transferem as cargas para o solo, seja por meio de estacas ou tubulões, ou pela área de contato dos mesmos com o solo. O comportamento estrutural se assemelha ao comportamento de corpo rígido. Assim, são válidos os modelos de bielas e

tirantes propostos por BLÉVOT e FRÉMY (1967) *apud* CARVALHO e PINHEIRO (2009).

Esse método é atualmente denominado de Bielas e Tirantes, no qual é calculada a armadura longitudinal (tirante) e verificada a força de compressão na biela. O método é válido quando o ângulo  $\alpha$  da biela comprimida está entre os valores  $45^\circ$  e  $55^\circ$ . Adotando-se o valor  $0,9d$  para o braço de alavanca, a Figura 1.1 mostra como o ângulo  $\alpha$  se relaciona com a altura do bloco.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{0,9d}{\frac{e}{2} - \frac{b}{4}} \quad (1.1)$$

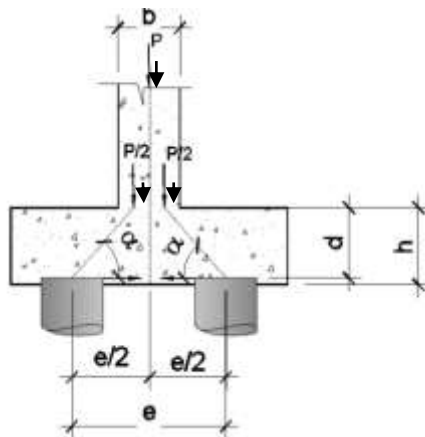


Figura 1.1: Modelo de bielas e tirantes para o bloco de coroamento com duas estacas.

Adaptada de ALONSO (2001).

Em uma fundação em que a área de projeção é grande, por exemplo, da ordem de  $100 \text{ m}^2$ , os blocos têm alturas próximas a um pé-direito, muitas vezes implicando em complicações para execução devidas aos elevados volumes de concreto. São necessárias técnicas especiais para o lançamento e adensamento desse concreto, podendo incluir o resfriamento do mesmo.

Em algumas situações, é possível tratar tais fundações como um radier, mesmo quando for necessária a adoção de estacas. A espessura menor dessa fundação levará a uma considerável economia no volume de concreto, além de facilitar as técnicas de concretagem.

Esta dissertação se propõe a avaliar e comparar os diferentes métodos de dimensionamento para radiers, sugerindo rotinas que possam ser usadas de modo sistemático.

### 1.3 METODOLOGIA

Este trabalho visa estudar os fatores que interferem no desempenho da fundação como elemento sobre base elástica, em especial o módulo de reação do solo  $\kappa$ . Sob esse enfoque, busca-se adotar uma sistemática através de conceitos consistentes que explique e vise a aplicação em projetos, e possibilite o desenvolvimento de modelos de dimensionamento estrutural.

Para tratamento dos dados obtidos por meio da revisão bibliográfica, realiza-se uma comparação entre os resultados de modelos com implementação computacional, utilizando-se o programa *PLAXIS 3D Introductory V. 2013 (finite element code for soil and rock analysis)* para estabelecer a relação entre os parâmetros que permitem a avaliação da interação solo-estrutura, bem como a influência nas solicitações impostas à fundação em placa de concreto. Além do programa *PLAXIS*, nos modelos onde análise é de radiers protendidos foi utilizado o programa *ADAPT BUILDER* nas implementações computacionais com os parâmetros de dimensionamento do ACI 318/2011.

### 1.4 OBJETIVOS

A escolha do tipo de fundação é uma fase importante do projeto. O tipo de solo, os carregamentos e a sensibilidade aos recalques são fatores relevantes nessa escolha.

O objetivo de estudar as fundações em placa é analisar como a variação do módulo de reação vertical, do solo de fundação, influencia na distribuição das ações atuantes.

Neste trabalho são elaboradas rotinas para a análise e dimensionamento do radier por um método simplificado e pelo método de elementos finitos. Também é objetivo desse trabalho comparar a solução em concreto armado com a solução em concreto protendido.

Ao final desse trabalho obteve-se uma metodologia objetiva para analisar a fundação em radier.

## 1.5 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Esta dissertação está dividida em sete capítulos apresentados de forma sucinta a seguir:

O capítulo 2 apresenta os conceitos fundamentais sobre o comportamento do solo, como o modelo de Winkler e os modelos para a análise de vigas sobre apoio elástico.

O capítulo 3 mostra os diferentes tipos de raders com os modelos para o dimensionamento do radier como um radier rígido e radier flexível, além de apresentar modelos teóricos para a escolha do módulo de reação do solo  $\kappa$ .

O capítulo 4 detalha as recomendações construtivas para o radier em concreto protendido.

No capítulo 5 são apresentados exemplos de aplicação de um radier resolvido por um método simplificado, uma implementação computacional baseada no método dos elementos finitos e uma implementação do mesmo radier como um radier protendido.

Os capítulos 6 e 7 apresentam a análise dos resultados e conclusões bem como as sugestões para trabalhos posteriores.

## 2 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

### 2.1 NOTAS INICIAIS

As teorias usuais de análise estrutural consideram as edificações constituídas por três partes: superestrutura, fundação e solo de fundação. Cada uma dessas partes é considerada separadamente. O projeto estrutural é desenvolvido admitindo-se que os apoios são indeslocáveis e, quanto às fundações, a premissa é que cada elemento se desloca independentemente dos demais. Portanto, são desprezados os efeitos gerados pelo deslocamento do solo. Na realidade, a edificação provoca mudanças no estado de tensões do solo e essas três etapas não funcionam de forma independente. A deformação do solo provoca uma redistribuição das solicitações atuantes nos elementos estruturais, especialmente nos pilares (GUSMÃO, 1990).

O processo de interação entre os elementos de uma edificação e o solo é denominado interação solo-estrutura (COLARES, 2006). O monitoramento de recalques de diversas obras tem revelado considerável diferença entre os recalques calculados por métodos tradicionais e os medidos em campo. Ao levar em conta o efeito da interação solo-estrutura é possível executar projetos de fundação que, se elaborados apenas com o método tradicional, não seriam viáveis. Além de prever danos aos elementos estruturais que venham a receber uma ação adicional não prevista na análise isolada da estrutura (GUSMÃO, 1990).

### 2.2 COMPORTAMENTO DO SOLO

A maneira simplificada de considerar o efeito das deformações do solo num sistema de fundações é considerar o solo como um material homogêneo, isotrópico e elástico que se comporta segundo o modelo de Winkler. Com base nesse modelo o solo é representado por uma série de molas discretas sob a fundação. Essas molas são representadas pelo coeficiente de apoio elástico  $\kappa_s$  ( $kN/m$ ), que é diretamente proporcional ao módulo de reação  $\kappa$  ( $kN/m^3$ ) e inversamente proporcional à área carregada,  $A_f$  ( $m^2$ ):

$$k_s = \frac{\kappa}{A_f} \quad (2.1)$$

Numa fundação rígida, a distribuição de pressões no solo é linear, pois se admite que a base da fundação permanece plana após os recalques. Assume-se que a resultante da reação do solo é igual à resultante das cargas verticais, e que o momento resultante das cargas verticais é igual ao momento da resultante da reação do solo no mesmo ponto.

A Figura 2.1 mostra a fundação de um muro de gravidade de largura  $B$ , área da Base  $A$ , resultante das ações verticais  $P$  aplicada a uma distância  $a$  do ponto extremo da base.

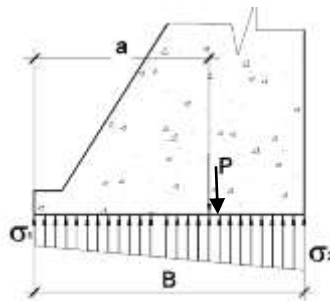


Figura 2.1: Tensões na base de uma fundação rígida.

Adaptada de THERZAGHI *et al.* (1996).

Do equilíbrio estático resulta:

$$\sigma_1 = \frac{P}{A} \left( 1 - \frac{e}{6B} \right) \quad (2.2)$$

$$\sigma_2 = \frac{P}{A} \left( 1 + \frac{e}{6B} \right) \quad (2.3)$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{P}{A} \quad (2.4)$$

Onde

$e$  = excentricidade da resultante;

$\sigma_1, \sigma_2$  = pressão no solo.

As expressões (2.2) e (2.3) não contêm o módulo de reação do solo, isso porque a distribuição de pressões no solo independe da deformação do mesmo no

caso de uma fundação rígida. Quando a resultante coincidir com o centro de gravidade da fundação as expressões (2.2) e (2.3) se resumem à expressão (2.4).

Nas fundações flexíveis a distribuição de pressões depende tanto do valor do módulo de reação do solo, quanto da rigidez relativa da fundação. A Figura 2.2 mostra uma fundação flexível em solo não granular. Os deslocamentos não são uniformes e tendem a ser máximos no centro da fundação, as pressões de contato tendem a ser uniformes (VSL International LTD,1990).

As reações do solo para uma fundação flexível são baseadas na Teoria da Elasticidade, para uma viga com apoio elástico contínuo. O deslocamento de qualquer ponto da fundação flexível é proporcional ao coeficiente de apoio elástico  $\kappa_s$  ( $kN/m$ ). O grau de precisão no cálculo das pressões atuantes do solo dependerá do grau de precisão na obtenção dos valores de  $\kappa_s$ , visto que esse valor depende de medidas em campo.

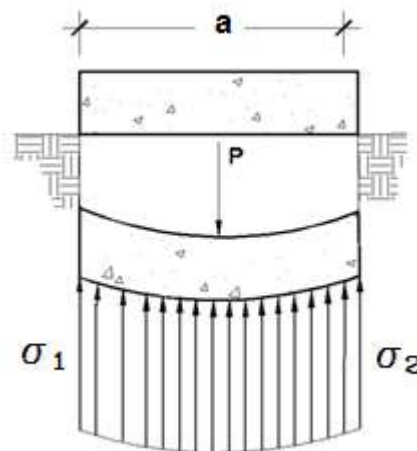


Figura 2.2: Tensões na base de uma fundação flexível.

A determinação exata do módulo de reação do solo não é um procedimento simples, tendo em vista que esse parâmetro não depende apenas do tipo de solo, mas também da geometria da fundação, de sua rigidez, da compressibilidade do solo, e da intensidade da carga. Este fato faz que o mesmo não permaneça constante em toda a área de fundação. O radier, fundação com grande área de projeção, pode em sua extensão, ter diferentes tipos de solo. Verifica-se que a avaliação do módulo de reação do solo envolve muitas incertezas.

### 2.3 MODELO DE WINKLER PARA FUNDAÇÕES ELÁSTICAS

Segundo a teoria de Emil Winkler (1867) o solo é um material elástico, isotrópico e homogêneo – comportamento definido pela lei de Hooke. A pressão do solo sobre a fundação é proporcional ao deslocamento vertical da mesma quando da atuação da carga vertical (Figura 2.3).

A Figura 2.3 mostra uma viga apoiada sobre solo de Winkler, ao longo de seu comprimento sob a ação de uma força  $P(kN)$ , com um deslocamento  $y(m)$ . A reação de apoio é proporcional ao deslocamento, onde a constante de proporcionalidade é o módulo de reação do solo,  $\kappa(kN/m^3)$ .

$$p = \kappa y \quad (2.5)$$

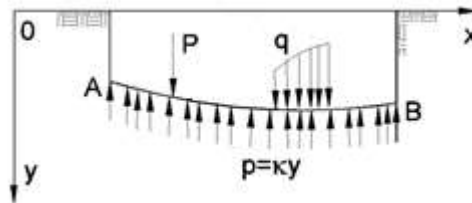


Figura 2.3: Reação do solo sobre uma fundação – Teoria de Winkler.

Adaptada de HETÉNYI (1979).

A Figura 2.4 apresenta um elemento  $dx$  entre duas seções transversais de uma viga de inércia constante, em que atua uma carga uniformemente distribuída  $q(kN/m)$ .

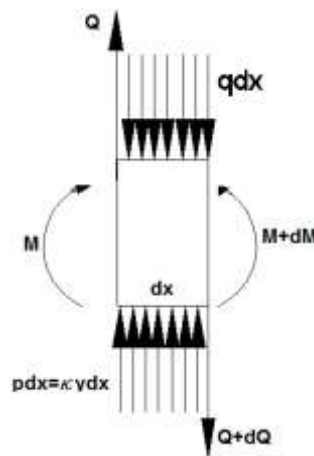


Figura 2.4: Elemento entre duas seções transversais de uma viga com inércia constante.

Adaptada de HETÉNYI (1979).



O equilíbrio é dado por:

$$Q - (Q + dQ) + \kappa y dx - q dx = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{dQ}{dx} = \kappa y - q \quad (2.7)$$

$$Q = \frac{dM}{dx} \quad (2.8)$$

Da equação diferencial da flexão tem-se:

$$EI \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \right) = -M \quad (2.9)$$

segundo-se

$$EI \left( \frac{d^4 y}{dx^4} \right) = -\frac{d^2 M}{dx^2} \quad (2.10)$$

$$EI \left( \frac{d^4 y}{dx^4} \right) = -\kappa y + q \quad (2.11)$$

A expressão (2.11) equação da linha elástica resume-se à expressão (2.12) quando não há ação do carregamento distribuído:

$$EI \left( \frac{d^4 y}{dx^4} \right) = -\kappa y \quad (2.12)$$

A solução para o problema do cálculo de uma viga sobre base elástica de inércia constante  $I$  e módulo de reação  $\kappa$  constante baseia-se na integração da equação diferencial (2.11), que resulta no valor do deslocamento vertical em relação ao eixo da viga. Reescrevendo a expressão (2.12)

$$y = e^{mx} \quad (2.13)$$

$$m = -\frac{\kappa}{EI} \quad (2.14)$$

tem-se as raízes de

$$m_1 = -m_3 = \sqrt[4]{\frac{\kappa}{4EI}} (1+i) \quad (2.15)$$

$$m_2 = -m_4 = \sqrt[4]{\frac{\kappa B}{EI}}(-1 + i) \quad (2.16)$$

com

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{\kappa B}{4EI}} \quad (2.17)$$

$$m_1 = -m_3 = \lambda(1 + i) \quad (2.18)$$

$$m_2 = -m_4 = \lambda(-1 + i) \quad (2.19)$$

então

$$y = A_1 e^{m_1 x} + A_2 e^{m_2 x} + A_3 e^{m_3 x} + A_4 e^{m_4 x} \quad (2.20)$$

$$e^{i\lambda x} = \cos \lambda x + i \operatorname{sen} \lambda x \quad (2.21)$$

$$e^{-i\lambda x} = \cos \lambda x - i \operatorname{sen} \lambda x \quad (2.22)$$

Com a introdução de novas constantes

$$(A_1 + A_4) = C_1 \quad (2.23)$$

$$i(A_1 - A_4) = C_2 \quad (2.24)$$

$$(A_2 + A_3) = C_3 \quad (2.25)$$

$$i(A_2 - A_3) = C_4 \quad (2.26)$$

a solução geral da equação para o deslocamento de uma viga sobre apoio elástico:

$$y = e^{\lambda x} (C_1 \cos \lambda x + C_2 \operatorname{sen} \lambda x) + e^{-\lambda x} (C_3 \cos \lambda x + C_4 \operatorname{sen} \lambda x) \quad (2.27)$$

As constantes são determinadas para os casos particulares em função das condições de contorno.

### 2.3.1 Viga sobre apoio elástico com uma carga concentrada

A Figura 2.5 ilustra uma viga de comprimento infinito com a ação de uma carga concentrada  $P$ . A simetria permite considerar apenas a metade da mesma

para a solução do problema. A expressão geral para a curva da linha elástica é dada pela expressão (2.27). Em uma viga de comprimento infinito é razoável admitir que o deslocamento vertical e a curvatura se anulam num ponto muito distante da origem. Deste modo, as constantes  $C_1$  e  $C_2$  são nulas nessa condição e a expressão da linha elástica se reduz a:

$$y = e^{-\lambda x} (C_3 \cos \lambda x + C_4 \operatorname{sen} \lambda x) \quad (2.28)$$

Devido à simetria a tangente da linha elástica na origem é horizontal.

$$\left( \frac{dy}{dx} \right)_{x=0} = 0 \quad (2.29)$$

ou

$$\frac{dy}{dx} = -\lambda e^{-\lambda x} (C_3 \cos \lambda x + C_4 \operatorname{sen} \lambda x + C_3 \cos \lambda x + C_4 \operatorname{sen} \lambda x) = 0 \quad (2.30)$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow C_3 - C_4 = 0 \Rightarrow C_3 = C_4$$

$$y = C e^{-\lambda x} (\cos \lambda x + \operatorname{sen} \lambda x) \quad (2.31)$$

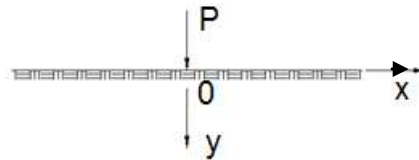


Figura 2.5: Viga de comprimento infinito com uma carga concentrada  $P$ .

Adaptada de SÜSSEKIND (1983).

As derivadas da expressão (2.31) são:

$$\frac{dy}{dx} = -2\lambda C e^{-\lambda x} \operatorname{sen} \lambda x \quad (2.32)$$

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = 2\lambda^2 C e^{-\lambda x} (\operatorname{sen} \lambda x - \cos \lambda x) \quad (2.33)$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = 4\lambda^3 C e^{-\lambda x} \cos \lambda x \quad (2.34)$$

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -\kappa y \quad (2.35)$$

Em  $x = 0$  a sollicitação de força cortante é igual a  $\frac{P}{2}$  para a parte direita da viga, então:

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \theta$$

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M$$

$$\frac{d^3 y}{dx^3} = -Q = -\frac{P}{2} = -EI 4\lambda^3 C \Rightarrow C = \frac{P}{8\lambda^3 EI} \quad (2.36)$$

Conclui-se que a deformação e o momento de flexão máximos ocorrem em  $x = 0$ , nesse ponto a força cortante é  $Q = \frac{P}{2}$ .

Os parâmetros obtidos nessa análise são determinados pelas expressões que seguem.

Linha elástica

$$y = \frac{P\lambda}{2\kappa} e^{-\lambda x} (\cos \lambda x + \operatorname{sen} \lambda x) \quad (2.37)$$

Momento de flexão

$$M = -\frac{P}{4\lambda} e^{-\lambda x} (\cos \lambda x - \operatorname{sen} \lambda x) \quad (2.38)$$

Força cortante

$$Q = -\frac{P}{2} e^{-\lambda x} \cos \lambda x \quad (2.39)$$

Deslocamento angular

$$\frac{dy}{dx} = \varphi = -\frac{P\lambda^2}{\kappa} e^{-\lambda x} \text{sen } \lambda x \quad (2.40)$$

### 3 MODELOS TEÓRICOS

#### 3.1 NOTAS INICIAIS

A NBR 6122:2010, no seu item 3.4, define radier como o “*elemento de fundação superficial que abrange parte ou todos os pilares distribuindo os carregamentos*”. Assim, observa-se que radier é uma sapata de grandes dimensões que recebe os carregamentos dos elementos estruturais da edificação e os transmite diretamente ao solo ou rocha.

A diferença entre radier e pavimento de concreto fica clara na definição do *Committee 360 do American Concrete Institute (ACI-360R-92)*, que define pavimento como uma laje apoiada continuamente sobre o solo, e que recebe os carregamentos de materiais situados sobre ela e os da operação de veículos e equipamentos. Segundo o ACI-360R-92, essa carga deve ser menor que 50% da capacidade de suporte do solo. Portanto, o dimensionamento do radier não é objeto de estudo do ACI-360R-92, mas do ACI-336.2R-88.

A fundação em radier é adotada quando:

- as áreas das sapatas se aproximam ou até mesmo se interceptam;
- a capacidade de suporte do solo é baixa;
- quando se deseja uniformizar os recalques.

GUPTA (1997) acrescenta as seguintes situações:

- o solo contém camadas compressíveis de espessuras variáveis e distribuídas erráticamente, formando bolsões de baixa capacidade de carga, dificultando a estimativa dos recalques diferenciais;
- o solo tem capacidade de carga tão baixa que é preciso remover parte dele, e o peso da superestrutura é propositalmente usado para equilibrar o peso da camada de solo removida (fundação em caixão flutuante);
- quando o equipamento e/ou a estrutura a serem suportados são sensíveis a recalques diferenciais;
- quando as estruturas, tais como chaminés, torres e silos, sugerem pelo seu formato o radier como fundação.

VELLOSO e LOPES (2014) recomendam, como regra geral, que quando a área total das sapatas isoladas for maior que 50% da área da construção, o radier deve ser adotado.

GUPTA (1997) contradiz essa ideia, afirmando que esse parâmetro pode, em certas situações, levar a soluções antieconômicas. Ressalta que é necessário avaliar o custo adicional gerado pelo incremento nas quantidades de aço e concreto requeridas para inibir as deformações excessivas, quando houver grande diferença nos carregamentos dos pilares sobre o radier. Sugere ainda que cada caso seja estudado considerando-se a interação entre as sapatas adjacentes, pois, em algumas situações, a associação de sapatas assentes em cota mais profunda é uma opção a ser considerada.

VELLOSO e LOPES (2014) classificam o radier em quatro tipos principais de acordo com a geometria (Figura 3.1):

- liso;
- com pedestais ou cogumelos;
- nervurado;
- em caixão.

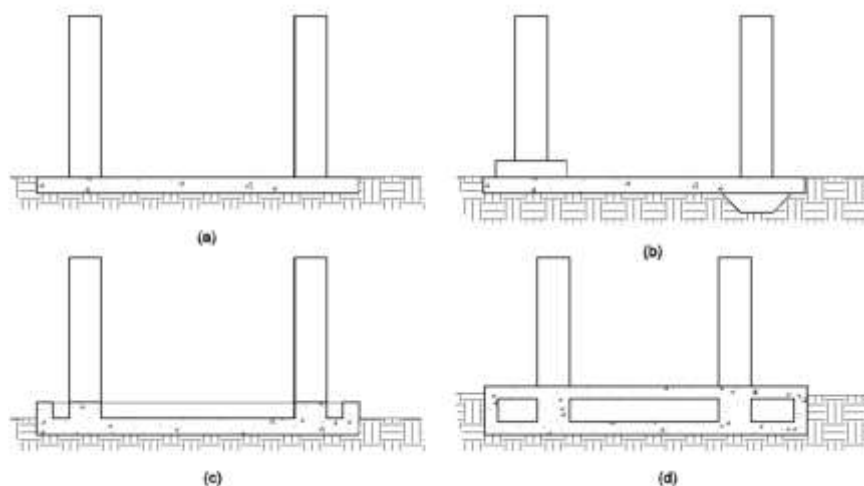


Figura 3.1: Radiers: (a) lisos; (b) com pedestais; (c) nervurados; (d) em caixão.

Adaptada de VELLOSO e LOPES (2014).

GUPTA (1997) acrescenta uma classificação em relação à forma de suporte (Figura 3.2):

- apoiado diretamente sobre solo;
- apoiado em estacas;
- caixão flutuante.

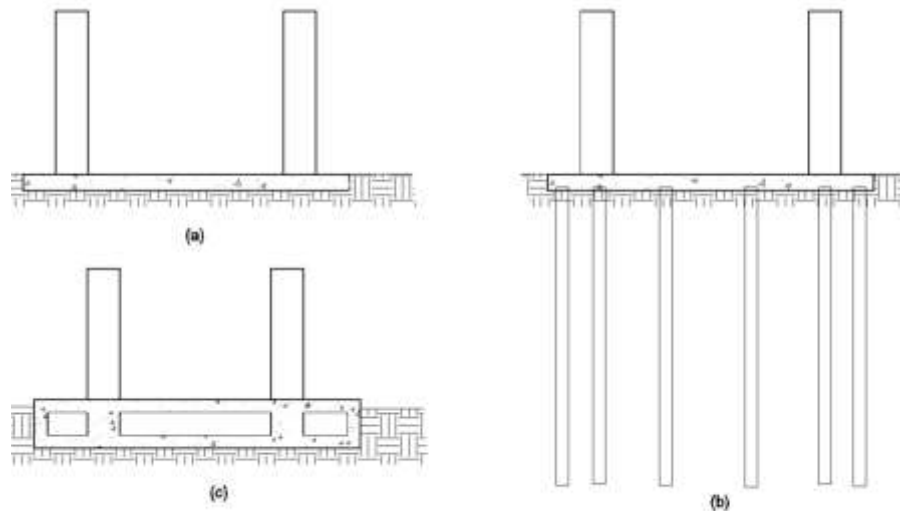


Figura 3.2: Radiers: (a) diretamente sobre o solo; (b) em estacas; (c) em caixão flutuante.

Adaptada de GUPTA (1997).

O ACI 336.2R-88 classifica o radier pelo método de análise empregado no cálculo:

- corpo rígido;
- placa flexível sobre base elástica.

De acordo com VELLOSO e LOPES (2014) o radier é considerado rígido se o espaçamento  $l$  entre os pilares atende à expressão:

$$l \leq \frac{1,75}{\sqrt[4]{\frac{\kappa b}{4E_c I}}} \quad (3.1)$$

onde

$b$  = largura da faixa de influência da linha dos pilares;

$\kappa$  = coeficiente de reação vertical;



$E_c I$  = rigidez à flexão da faixa;

desde que a variação das cargas e o espaçamento entre as colunas não excedam 20%.

VELLOSO e LOPES (2014) consideram que é difícil classificar o radier por seu método de cálculo, separando-os em métodos estáticos de métodos mais elaborados, ou separando-os em métodos baseados na hipótese de Winkler, de métodos baseados no semiespaço elástico, uma vez que os métodos têm mais de uma dessas características.

No dimensionamento de um radier, pode-se optar por um procedimento recomendado numa norma, ou por uma análise computacional usando um *software*, com o módulo de reação do solo obtido por meio de ensaios, ou avaliado por tabelas e correlações.

## 3.2 MÉTODOS DE DIMENSIONAMENTO

Segundo VELLOSO e LOPES (2014), há diferentes métodos para resolução da fundação em radier, que podem ser de acordo com o parâmetro de rigidez, ou pelo tratamento matemático dado ao problema. Contudo, mais importantes que os métodos são os conceitos dos mesmos, ou seja, se a fundação é tratada como um elemento rígido ou flexível.

### 3.2.1 Radier rígido

PECK *et al.* (1954) *apud* GUPTA (1997) consideram o radier como uma laje em que atuam as pressões do solo, de baixo para cima, distribuídas uniformemente em toda sua área. O problema é resolvido calculando-se o momento e a força cortante para essa pressão uniforme.

Como o momento e a força cortante são determinados a partir da pressão média, e não há certeza quanto a sua variação, considera-se boa prática construtiva colocar a mesma armadura nas faces inferior e superior da laje. Devido à simplicidade, esse método tem sido largamente utilizado. Por outro lado, tem limitações, visto que nesse método o recalque diferencial não é considerado, caso o recalque ocorra haverá redistribuição das pressões que podem levar a solicitações não previstas, tanto na estrutura de fundação, como na superestrutura.

GUPTA (1997) cita além de PECK, SEELYE e TENG que propõem variações desse método. Todas as variações partem do princípio de que a fundação é infinitamente rígida e que há equilíbrio estático das forças atuantes em ambas as direções do radier. Nenhuma consideração é formulada quanto à compatibilidade entre as deformações do solo e da estrutura.

A distribuição de pressões fundamenta-se nas seguintes hipóteses:

- as pressões variam linearmente sob o radier; neste caso pode-se usar a mesma expressão para o cálculo da variação de pressões sob sapatas rígidas

$$\sigma = \frac{\Sigma P}{A} \pm \Sigma P \frac{e_y}{I_x} y \pm \Sigma P \frac{e_x}{I_y} x \quad (3.2)$$

onde

$\Sigma P$  = resultante;

$A$  = área do radier;

$e_x, e_y$  = coordenadas da resultante;

$x, y$  = coordenadas do ponto;

$I_x, I_y$  = momentos de inércia em relação aos eixos  $X$  e  $Y$ .

- as pressões são uniformes nas áreas de influência dos pilares,  $A_i$  (Figura 3.3).

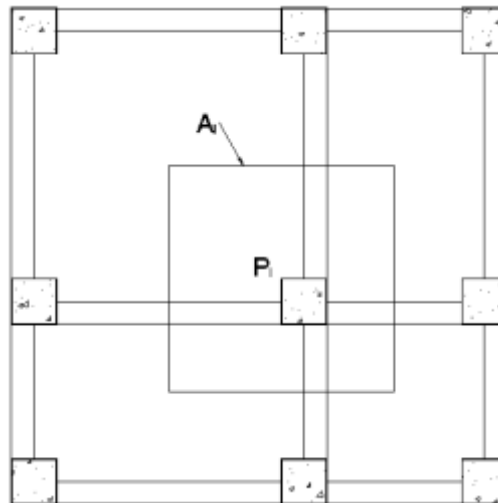


Figura 3.3: Esquema de cálculo de um radier pela área de influência do pilares.

Adaptada de VELLOSO e LOPES (2014).

A determinação da pressão média é efetuada a partir da área de influência de cada pilar:

$$\sigma = \frac{P_i}{A_i} \quad (3.3)$$

onde

$P_i$  = força no pilar  $i$ ;

$A_i$  = área de influência do pilar  $i$ .

As faixas resultantes desse método são calculadas como elementos lineares independentes, onde a pressão pode ter variação linear ou uniforme, de acordo com o modelo adotado.

Para MAHDI [20-?], o problema pode ser enumerado nas seguintes etapas:

- cálculo da pressão resultante dos carregamentos aplicados

$$P_{total} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots \sum_{i=1}^n P_i \quad (3.4)$$

$$q = \frac{P_{total}}{A} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x \leq q_{admissível} \quad (3.5)$$

$$X' = \frac{P_1 x_1 + P_2 x_2 + P_3 x_3 + \dots}{P_{total}} \quad (3.6)$$

$$Y' = \frac{P_1 y_1 + P_2 y_2 + P_3 y_3 + \dots}{P_{total}} \quad (3.7)$$

$$e_y = X' - \frac{B}{2} \quad (3.8)$$

$$e_x = Y' - \frac{L}{2} \quad (3.9)$$

$$I_x = \frac{BL^3}{12} \quad (3.10)$$

$$I_y = \frac{LB^3}{12} \quad (3.11)$$

$$M_x = P_{total} e_y + M_x \quad (3.12)$$

$$M_y = P_{total} e_x + M_y \quad (3.13)$$

onde

$A$  = área do radier ( $BXL$ );

$I_x$  = momento de inércia do radier em relação ao eixo X;

$I_y$  = momento de inércia do radier em relação ao eixo Y;

$M_x$  = momento no eixo X das cargas aplicadas;

$M_y$  = momento no eixo Y das cargas aplicadas;

$X'$  = coordenada X' do centro de gravidade;

$Y'$  = coordenada Y' do centro de gravidade;

$e_x, e_y$  = coordenadas da excentricidade da resultante em relação ao centro de massa do radier ( $X', Y'$ ).

- comparar essa pressão  $q$  com a capacidade de carga do solo;
- estabelecer as faixas nas direções X e Y (Figura 3.4);
- desenhar os diagramas de momento de flexão e força cortante para o eixo de cada faixa submetida a uma pressão com variação linear;
- dimensionar a seção para flexão e punção no estado limite último (ELU) e detalhar a armadura.

Observa-se na Figura 3.5 que entre os pilares o momento de flexão traciona as fibras superiores. Portanto, a armadura é posicionada na parte superior. Em contrapartida, sob os pilares, a armadura se situa na face inferior. Em geral, se detalha o radier com duas malhas iguais nas faces inferior e superior, complementando-se a armadura onde for necessária.

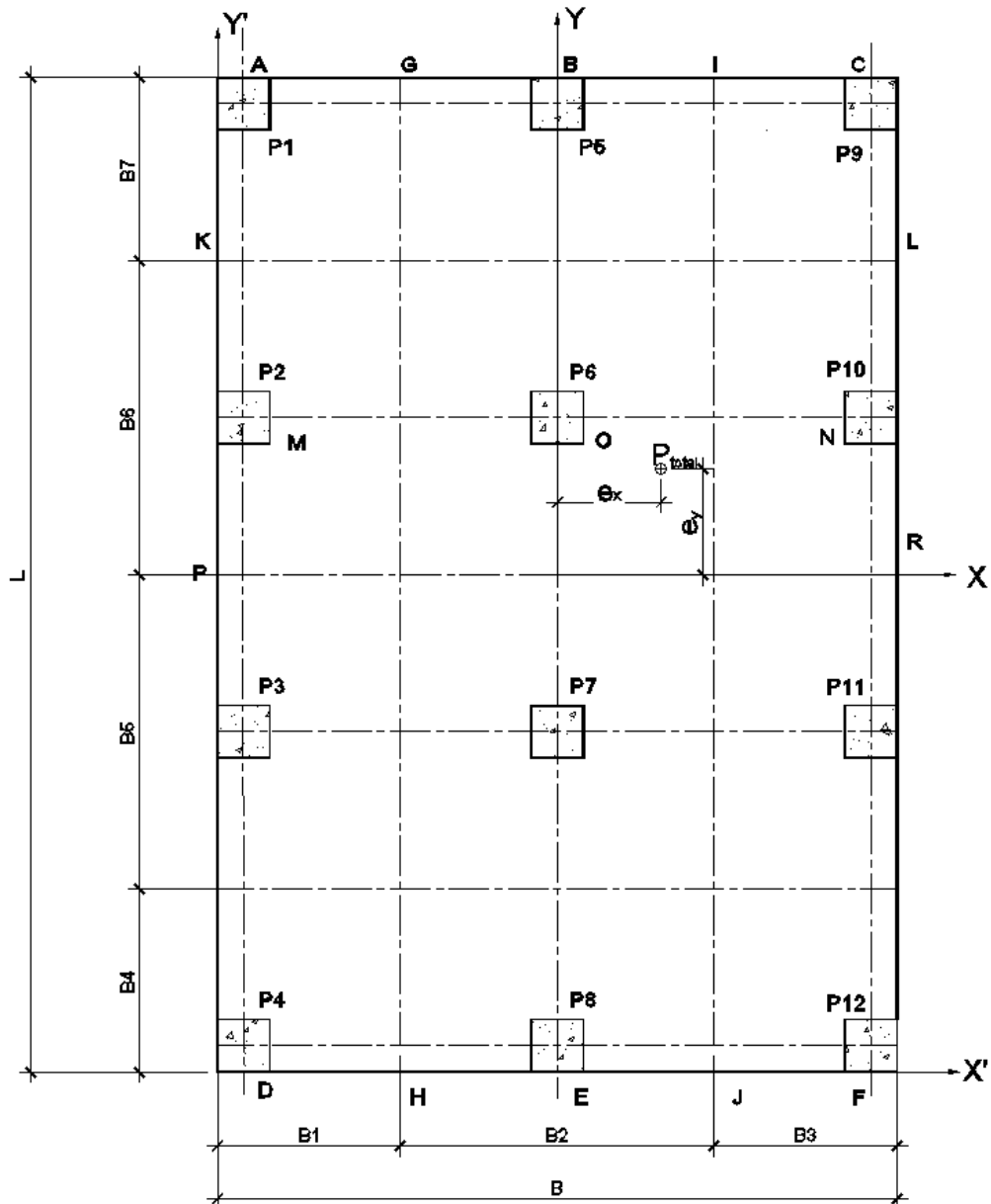


Figura 3.4: Distribuição das faixas em um radier nas direções  $X'$  e  $Y'$ .

Adaptada de MAHDI [20-?].

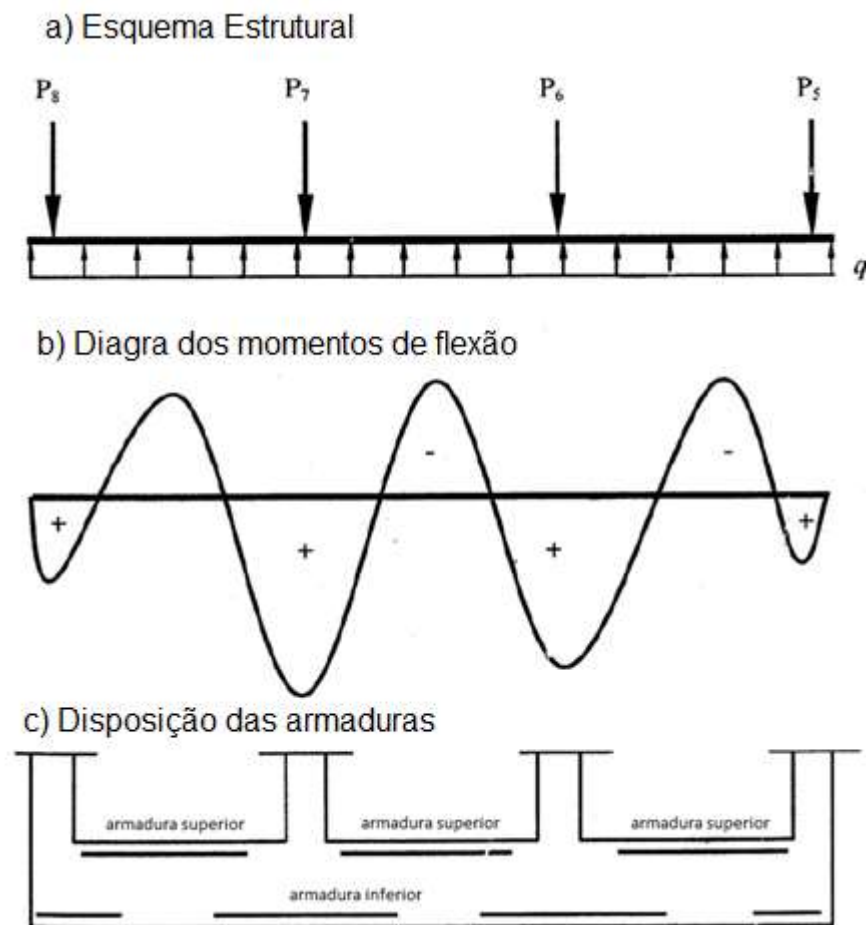


Figura 3.5: Distribuição dos momentos de flexão e posicionamento das armaduras.

Adaptada de MAHDI [20-?]

Embora haja variação entre os métodos propostos por diferentes autores para análise estática de um radier rígido, é aceito no meio técnico que grandes refinamentos nos cálculos são por vezes desnecessários, tendo em vista que todos esses métodos deixam de considerar a interação solo-estrutura, resultando em valores conservativos de armadura. Para BAKER *apud* GUPTA (1997) essa análise pode ser perigosa por deixar de considerar o efeito do recalque diferencial e da variação da pressão do solo.

Isso conduz a outros métodos de análise: os métodos não rígidos, ou flexíveis, que levam em consideração o comportamento do solo por meio do módulo de reação do solo  $\kappa$ .

### 3.2.2 Radier flexível

A análise do radier como uma placa sobre base elástica considera a influência das deformações na distribuição de pressões, o que requer a análise da interação solo estrutura.

Um método de placa flexível aproximado considera o solo como um número infinito de molas elásticas, a saber, placa sobre solo, de Winkler. Para aplicação do método é necessário conhecer a rigidez relativa da placa à flexão (PRASANT, [201-?]):

$$D = \frac{E_c \cdot t^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (3.14)$$

onde

$D$  = rigidez relativa à flexão da placa;

$t$  = espessura da placa;

$E_c$  = módulo de Young do material da placa (concreto);

$\nu$  = coeficiente de Poisson do material da placa (concreto).

O conceito fundamental da análise e dimensionamento de uma fundação sobre base flexível é considerar uma viga de comprimento infinito e largura  $B$ , submetida a um carregamento concentrado  $Q_i$ , e o solo equivalente a um número infinito de molas elásticas (Figura 3.6).



Figura 3.6: Fundação sobre solo, de Winkler.

Adaptada de HAMAD [2007?].

Para essa formulação seguem as expressões:

$$M = EI \frac{d^2 y}{dx^2} \quad (3.15)$$

$$\frac{dM}{dx} = Q \quad (3.16)$$

$$\frac{d^2 M}{dx^2} = q \quad (3.17)$$

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = q \quad (3.18)$$

$$q = -y\kappa' \quad (3.19)$$

$$\kappa' = -\kappa B_1 \quad (3.20)$$

$$y = e^{-\lambda x} (C_1 \cos \lambda x + C_2 \sin \lambda x) \quad (3.21)$$

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{B_1 \kappa}{4EI}} \quad (3.22)$$

onde

$M$  = momento numa seção qualquer;

$E$  = módulo de elasticidade do material da fundação;

$I$  = momento de inércia da seção;

$Q$  = força cortante;

$q$  = reação do solo;

$y$  = deslocamento;

$\kappa$  = módulo de reação do solo;

$C_1$ ;  $C_2$  = constantes.

Segundo o ACI 336.2R-88 é possível realizar uma análise teórica mais precisa da fundação em placa. Entretanto, uma série de fatores pode reduzir a precisão da mesma. Esses incluem:

- dificuldade em determinar os parâmetros elásticos do solo;



- camadas de solo com espessuras diferentes e variação das propriedades nas direções horizontal e vertical;
- forma da placa;
- efeito da rigidez da superestrutura no radier.

No método ACI 336.2R-88, a pressão de contato resultante das cargas características sem majoração pelos coeficientes parciais de segurança não deve exceder a tensão admissível do solo.

### 3.2.3 Estudo do Módulo de Reação do Solo

Em análises simplificadas é adotado um valor médio constante para o valor de  $\kappa$ . Contudo, o valor para o módulo de reação do solo não é constante sob toda a área da fundação, sendo necessário analisar os recalques para determinar os valores de  $\kappa$  ao longo da fundação.

O módulo de reação do solo depende do tipo de solo, do tipo e da distribuição do carregamento, da forma e da dimensão da fundação, e do tipo de sistema estrutural.

A publicação técnica da VSL International LTD (1990) recomenda que o solo na região identificada como *II* na Figura 3.7, onde as deformações não são significativas, seja considerado como rígido, e que a região identificada como *I*, que tem deformações e tensões significativas, seja modelada como parte do integrante do sistema estrutural. Entretanto, o conhecimento limitado sobre os dados do solo dificulta a demarcação entre essas duas regiões. Face a essa dificuldade, têm sido adotados métodos aproximados para determinação do módulo de reação do solo.

A relação entre o módulo de reação do solo e os deslocamentos depende do tipo de solo e da rigidez da fundação.

Observa-se na Figura 3.8 que para fundações flexíveis em solos granulares os recalques máximos se aproximam das bordas da fundação, enquanto que em fundações rígidas assentes em solos granulares, os máximos valores ocorrem próximos ao centro da fundação. Para os solos coesivos, os deslocamentos máximos se situam próximos ao centro das fundações. Quanto às pressões no solo, a variação se dá em função da rigidez da fundação. Em métodos simplificados de

análise, adota-se um valor médio constante para o módulo de reação do solo. Em métodos mais refinados, a variação de  $\kappa$  ao longo da fundação é considerada.

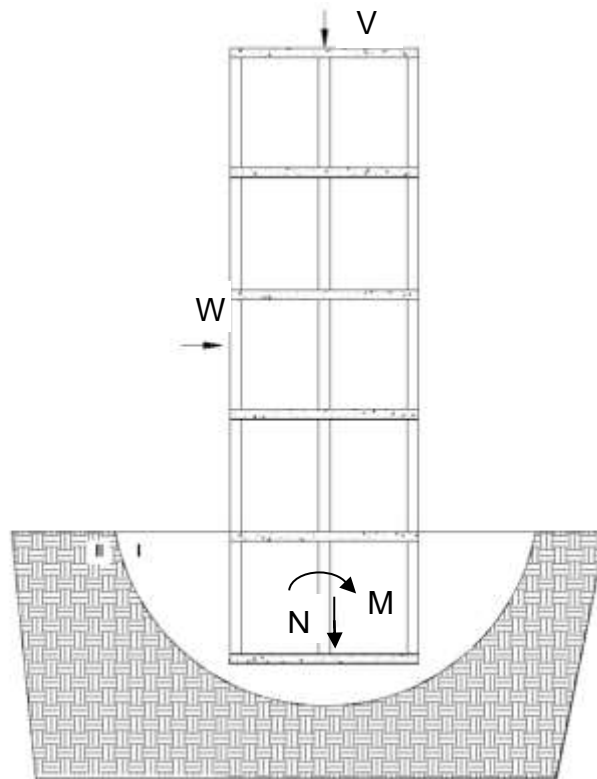


Figura 3.7: Região II, solo considerado rígido; Região I, solo considerado como parte do sistema estrutural.

Adaptada da VSL *International* LTD (1990).

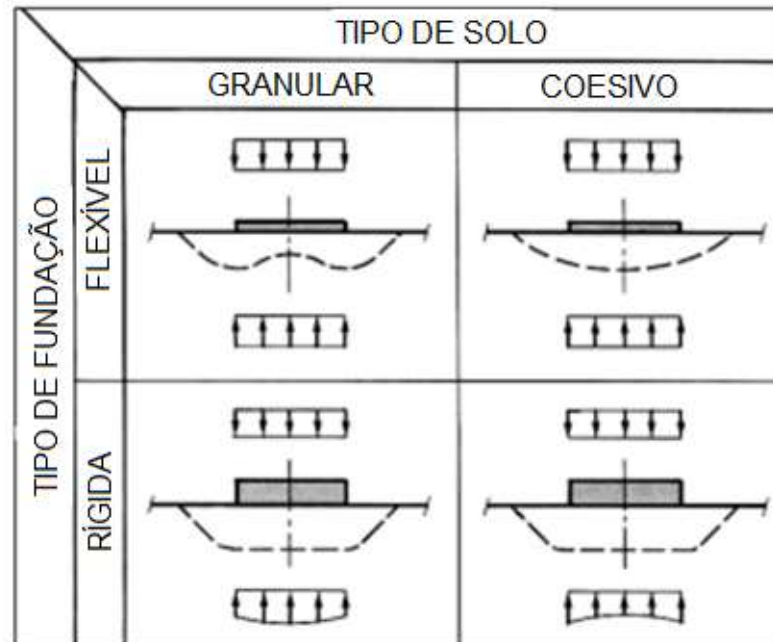


Figura 3.8: Variação da distribuição de pressões e deslocamento em função do tipo de solo e fundação.

Adaptada da VSL International LTD (1990).

A publicação técnica da VSL International LTD (1990) sugere para comprimento característico da faixa de influência de carregamento o valor  $L$  dado por (Figura 3.9):

$$L = 4 \sqrt{\frac{4E.I}{b\kappa}} \quad (3.23)$$

onde

$L$  = comprimento característico da área de influência da carga;

$E$  = módulo de elasticidade do concreto;

$I$  = momento de inércia da fundação;

$b$  = largura da faixa;

$\kappa$  = módulo de reação do solo.

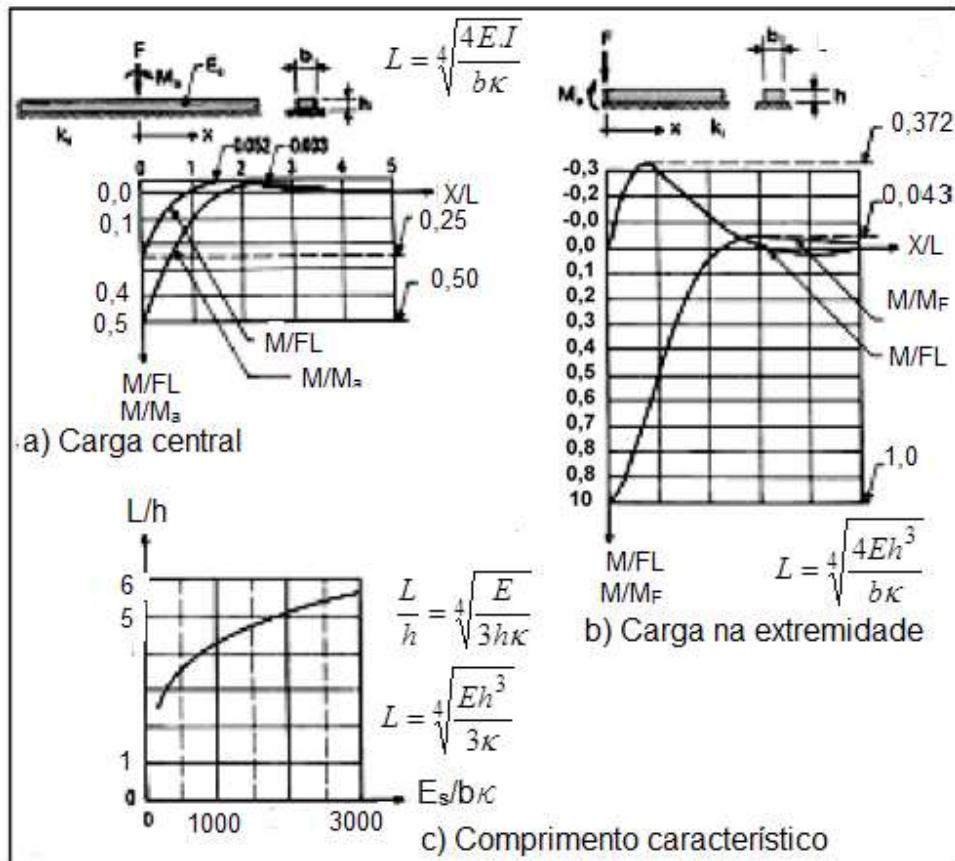


Figura 3.9: Comprimento característico da faixa de influência do carregamento sugerido pela VSL International LTD.

Adaptada de [http://www.vsl.net/sites/default/files/vsl/datasheet/PT\\_Foundations.pdf](http://www.vsl.net/sites/default/files/vsl/datasheet/PT_Foundations.pdf) (Acesso em 10/03/2016).

A estimativa do módulo de reação do solo pode ser realizada por meio de ensaios, tabelas, cálculo de recalque direto ou correlações (SOUZA e REIS, 2008). O ensaio de placa, padronizado pela NBR 6489:1984, permite obter o módulo de reação do solo por meio da curva pressão x deslocamento.

Considerando-se que o comportamento do solo atende à hipótese de Winkler, tem-se a seguinte expressão:

$$\kappa = \frac{q}{w} \quad (3.24)$$

onde

$\kappa$  = módulo de reação vertical;

$q$  = carga aplicada;

$w$  = deslocamento.

Entretanto, muitos fatores interferem no valor do módulo de reação ocasionando diferenças nos valores obtidos em campo, e aqueles resultantes do ensaio de placa. Alguns desses fatores são:

- o solo não é perfeitamente elástico;
- as dimensões da fundação;
- a profundidade da fundação;
- variações nas camadas do solo;
- dificuldade em reproduzir as condições do campo no laboratório.

É difícil estabelecer uma relação entre o módulo de reação do solo e o módulo de deformabilidade  $E$ , uma vez que a resposta dos modelos diferem em função da rigidez da fundação. Existem algumas relações com esse fim, como a baseada nos estudos de PERLOFF (1975) *apud* VELLOSO e LOPES (2014), sobre o recalque da placa rígida em meio elástico homogêneo:

$$\kappa_v = \frac{E}{1-\nu^2} \frac{1}{I_s} \frac{1}{B} \quad (3.25)$$

onde

$E$  = módulo de deformabilidade do solo;

$\nu$  = coeficiente de Poisson;

$I_s$  = fator de forma do radier e de sua rigidez (Tabela 3.1);

$B$  = menor dimensão da fundação.

Tabela 3.1: Valores do coeficiente de forma  $I_s$  para um carregamento na superfície e um meio de espessura infinita.

Forma	Flexível			Rígido
	Centro	Borda	Média	
Círculo	1,00	0,64	0,85	0,79
Quadrado	1,12	0,56	0,95	0,99
Retângulo L/B=1,5	1,36	0,67	1,15	
2,0	1,52	0,76	1,30	
3,0	1,78	0,88	1,52	
5,0	2,10	1,05	1,83	
10	2,53	1,26	2,25	
100	4,00	2,00	3,7	
1000	5,47	2,75	5,15	
10000	6,90	3,50	6,60	

Adaptada de VELLOSO e LOPES (2014)

Segundo VELLOSO e LOPES (2014), o módulo de reação vertical do solo, obtido a partir do ensaio de placa, deve ser corrigido em função da forma e dimensão da fundação para um meio elástico homogêneo e semi-infinito. Para solos arenosos e argilosos, os coeficientes de reação vertical recomendados são:

$$\kappa_{v \text{ fundação}} = \kappa_{placa} \left( \frac{B_{\text{fundação}} + B_{\text{placa}}}{2B_{\text{fundação}}} \right) \quad (3.26)$$

$$\kappa_{v \text{ fundação}} = \kappa_{placa} \frac{A_{\text{placa}}}{A_{\text{fundação}}} \quad (3.27)$$

onde

$B_{\text{fundação}}$  = largura da fundação;

$B_{\text{placa}}$  = largura da placa;

$A_{\text{fundação}}$  = área do radier;

$A_{\text{placa}}$  = área da placa.

Há valores típicos para o coeficiente de reação sugeridos na literatura. Na ausência de valores experimentais é possível recorrer a essas tabelas e expressões para determinar o valor do módulo de reação.

BOWLES (1997) relaciona o valor de  $\kappa$  com a tensão admissível do solo:

$$\kappa = 36q_a \quad (3.28)$$

Sendo  $q_a$  a tensão admissível em  $kips/ft^2$ , à expressão (3.28) seguem:

$$\kappa = 12(cN_c S_c) + 12(\gamma N_q S_q) Z \quad (3.29)$$

$$S_c = 1 + \frac{N_c B}{N_c L} \quad (3.30)$$

$$S_q = 1 + \left(\frac{B}{L}\right) \text{tg } \theta \quad (3.31)$$

onde

$c$  = coesão;

$N_c, N_q$  = fatores de capacidade de carga;

$S_c, S_q$  = fatores de forma;

$\gamma$  = Peso próprio do solo;

$\theta$  = ângulo de atrito do solo;

$Z$  = profundidade onde se deseja calcular.

A *Indian Standard Code of Practice for Design and Construction Foundation* 2950 – 1981 *apud* GUPTA (1997) sugere os valores apresentados nas Tabelas 3.2 e 3.3, para solos não coesivos e coesivos respectivamente.

Tabela 3.2: Valores do módulo de reação para solos não coesivos,

Característica do solo		Módulo de reação do solo $\kappa$ (kgf/cm <sup>3</sup> )	
Compacidade	SPT (N)	Solo Seco ou Saturado	Solo Submerso
Fofo	< 10	1,5	0,9
Medianamente Compacto	10 - 30	1,5 – 4,7	0,9 – 2,9
Compacto	> 30	4,7 – 18	2,9 – 10,8

Adaptada de GUPTA (1997).

Os valores acima aplicam-se a uma placa 30 cm X 30 cm ou viga com 30 cm de largura.

Tabela 3.3: Valores do módulo de reação para solos coesivos).

Características do solo		
Coesão	Resistência não confinada à coesão (kgf/cm <sup>2</sup> )	Módulo de reação do solo (kgf/cm <sup>3</sup> )
Rija	1 – 2	2,7
Muito Rija	2 – 4	2,7 – 5,4
Dura	> 4	5,4 – 10,8

Valores acima aplicam-se a uma placa 30 cm X 30 cm ou viga com 30 cm de largura. A intensidade do carregamento médio não excede a metade da capacidade de suporte última.

Adaptada de GUPTA (1997)

A *Indian Standard: 2720-1981* apud GUPTA (1997), reconhece que, para perfis estratificados, os valores de  $\kappa$  provenientes do ensaio de placa não traduzem a realidade e sua determinação deve vir de testes de laboratório.

Seguem algumas expressões propostas para o módulo de reação do solo. VÉSIC (1961) apud TSUDIK (2006) propõe:

$$\kappa = 0,65^{12} \sqrt{\frac{E_s B^4}{EI} \frac{E_s}{1-\nu^2} \frac{1}{B}} \quad (3.32)$$



onde

$E_s$  = módulo de deformação do solo;

$E$  = módulo de Young do material da fundação;

$\nu$  = coeficiente de Poisson;

$I$  = momento de inércia da fundação;

$B$  = largura da fundação.

Na ausência de ensaios para avaliação de  $E_s$  e  $\nu$ , podem ser usadas correlações apropriadas, como as propostas por TEIXEIRA e GODOY (1996):

$$E_s = \alpha q_c \quad (3.33)$$

$$E_s = \alpha K N_{SPT} \quad (3.34)$$

$$q_c = K N_{SPT} \quad (3.35)$$

onde

$E_s$  = módulo de deformabilidade do solo;

$q_c$  = resistência de ponta do cone;

$N_{SPT}$  = resistência à penetração.

$\alpha$  = fator de correlação entre  $E_s$  e  $q_c$ ;

$K$  = coeficiente de correlação entre  $q_c$  e  $N_{SPT}$

As Tabelas 3.4 à 3.6 apresentam os fatores de correlação para os parâmetros do solo propostos por TEIXEIRA e GODOY (1996).

Tabela 3.4: Fator  $\alpha$  de correlação  $E_s$  com  $q_c$ ,

SOLO	$\alpha$
Areia	3
Silte	5
Argila	7

TEIXEIRA e GODOY (1996).

Tabela 3.5: Coeficiente K de correlação entre  $q_c$  e  $N_{SPT}$  ..

SOLO	K (MPa)
Areia com pedregulhos	1,1
Areia	0,9
Areia Siltosa	0,7
Areia Argilosa	0,55
Silte arenoso	0,45
Silte	0,35
Argila Arenosa	0,3
Silte argiloso	0,25
Argila Siltosa	0,2

TEIXEIRA e GODOY (1996)

Tabela 3.6: Coeficiente de Poisson..

SOLO	$\nu$
Areia pouco compacta	0,2
Areia compacta	0,4
Silte	0,3 - 0,5
Argila saturada	0,4 – 0,5
Argila não saturada	0,1 – 0,3

TEIXEIRA e GODOY (1996)

A literatura apresenta valores para o módulo de reação do solo, alguns desses valores propostos estão mostrados nas Tabelas 3.7 e 3.8.

Tabela 3.7: Valores de  $K$  em,  $kN/m^3$ 

Argilas	Rija	Muito Rija	Dura
$q_u (kN/m^2)$	100 – 200	200 – 400	> 400
faixa de valores	160 – 320	320 – 640	> 640
Valor proposto	240	480	960
Areias	Fofa	Medianamente compacta	Compacta
Faixa de valores	60 – 190	190 – 960	960 – 320
Areia acima N.A.	130	420	1600
Areia submersa	80	260	960

Adaptada de THERZAGHI (1955) *apud* VELLOSO e LOPES (2014).

Tabela 3.8: Valores módulo de reação vertical.

<b>Tipo de solo</b>	<b><math>K</math> (kN/m<sup>3</sup>) <math>\times 10^3</math></b>
turfa leve – solo pantanoso	5 a 10
turfa pesada – solo pantanoso	10 a 15
areia fina de praia	10 a 15
aterro de silte, de areia e cascalho	10 a 20
argila molhada	20 a 30
argila úmida	40 a 50
argila seca	60 a 80
argila seca endurecida	100
silte compactado com areia e pedra	80 a 100
silte compactado com areia e muita pedra	100 a 120
cascalho miúdo com areia fina	80 a 120
cascalho médio com areia fina	100 a 120
cascalho grosso com areia grossa	120 a 150
cascalho grosso com pouca areia	150 a 200
cascalho grosso com pouca areia compactada	200 a 250

Adaptada de MORAES (1976).

A Figura 3.10 apresenta os valores sugeridos por PITTA e RODRIGUES (1997), que recomendam uma correlação com o *Índice de Suporte Califórnia* (CBR).

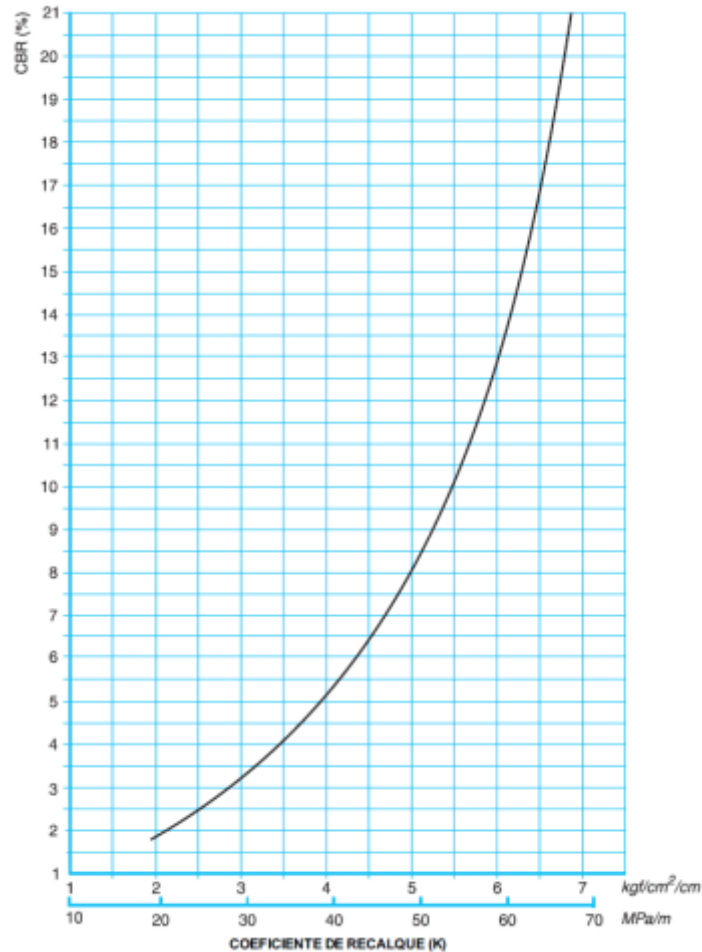


Figura 3.10: Correlação entre o módulo de reação vertical e o Índice Suporte Califórnia.

PITTA e RODRIGUES (1997).

### 3.3 PROGRAMAS COMPUTACIONAIS BASEADOS NO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Na análise do radier como faixas nas direções X e Y, cada faixa é analisada como um elemento estrutural independente, isolado das faixas adjacentes.

O método dos elementos finitos permite modelar todo o radier. É baseado na discretização do radier em pequenas partes chamadas de elementos. A formulação do método permite representar a resposta da estrutura quando aplicadas as ações. É feita uma implementação computacional e posterior análise da resposta da estrutura inteira e da fundação. Os resultados dependem das propriedades dos materiais, geometria do elemento, sua posição em relação à toda a estrutura e sua vinculação aos elementos adjacentes. A boa qualidade desses resultados está

relacionada à uma correta modelagem estrutural, ao processamento e a interpretação conscienciosa do engenheiro estrutural (AALAMI, 2014).

A maioria dos programas computacionais criam elementos na forma de triângulos, retângulos ou quadriláteros. Um elemento quadrilátero gera resultados mais precisos que um triangular. Entretanto, um pré-requisito é que os nós dos elementos adjacentes coincidam uns com os outros para que se estabeleça o equilíbrio entre as forças externas aplicadas à estrutura e àquelas geradas pela estrutura. (AALAMI, 2014).

Os programas que usam o sistema de discretização das estruturas por meio dos elementos finitos podem ser divididos em duas categorias: programas desenvolvidos para aplicação em um tipo específico de estrutura ou em diferentes tipos de estruturas. Nesse trabalho foram utilizados os programas: *PLAXIS* e *ADAPT BUILDER*, ambos são especializados para diferentes tipos de estruturas, sendo que o *PLAXIS* é especializado nas análises geotécnicas e o *ADAPT BUILDER* permite o dimensionamento de diferentes tipos de estruturas em concreto inclusive concreto protendido usando os parâmetros do ACI 318-2011.

### **3.3.1 Adapt Builder 2015**

Adapt Builder é uma plataforma que reúne vários programas para análise e dimensionamento de estruturas em concreto armado e protendido. O programa permite de forma fácil e intuitiva que os elementos estruturais, ações e vinculações sejam lançados em três dimensões.

As rotinas que compõem o Adapt Builder são:

- *Adapt Modeler* é a ferramenta de modelagem;
- *Adapt Edge* permite modelar para análise e dimensionamento estruturas de múltiplos pavimentos;
- *Adapt Floor* permite a modelagem de sistemas de pisos e vigas;
- *Adapt Mat* é a ferramenta adequada para análise e dimensionamento de fundações, sejam sapatas corridas, isoladas ou radier, blocos de coroamento.

- *Adat Sog* é a ferramenta apropriada para análise dos pavimentos em concreto armado ou protendido.

É possível também implementar a análise dinâmica em estruturas que sejam solicitadas por ações dinâmicas.

A malha de elementos finitos é gerada automaticamente e se ajusta à geometria da estrutura modelada. A partir dessa malha, as análises são processadas. Um número pré-definido de seções para dimensionamento é escolhido pelo usuário e automaticamente são geradas as faixas de seções perpendiculares aos eixos X e Y, onde as solicitações serão calculadas e mostradas graficamente. Esses valores são usados para gerar o dimensionamento automático das armaduras.

A implementação computacional apresentada nesse trabalho teve como objetivo a análise do radier protendido e os parâmetros que influenciam o desempenho do mesmo. Não é escopo desse trabalho detalhar o dimensionamento do radier. Os detalhes da implementação são apresentados no item 5.4.

### **3.3.2 Plaxis 3D**

*Plaxis 3D* é um programa computacional de elementos finitos para aplicações geotécnicas nas quais é necessário simular o comportamento do solo e analisar a estabilidade do solo.

A estrutura do *Plaxis 3D* é composta por programas *de: Input* (interface de entrada da geometria e dos parâmetros do solo), *Calculation* (análises), *Output* (interface de saída de resultados)

No item 5.3 é apresentado um radier de geometria simplificada que foi modelado no software *Plaxis 3D* para análise das deformações e tensões no solo. A partir dos resultados obtidos nessa implementação computacional foi possível avaliar o valor do módulo de reação do solo obtido indiretamente por meio dos resultados das tensões e deformações fornecidos pelo software.

## 4 RADIER PROTENDIDO

A NBR 6118:2014 trata as estruturas em concreto armado, concreto simples e concreto protendido, como sendo estruturas do mesmo tipo. Assim, essas estruturas são normalizadas por um mesmo documento, apenas com as especificações peculiares para cada sistema.

Os elementos protendidos são assim conceituados na NBR 6118:2014:

Aqueles nos quais parte das armaduras é previamente alongada por equipamentos especiais de protensão, com a finalidade de, em condições de serviço, impedir ou limitar a fissuração e os deslocamentos da estrutura, bem como propiciar o melhor aproveitamento de aços de alta resistência no estado limite último (ELU).

Segundo NBR 6118:2014, uma classificação dos elementos protendidos pode ser obtida considerando o mecanismo de aderência entre a armadura (ativa) e o concreto. Assim, tem-se:

- com aderência inicial (pré-tração) – a aderência entre concreto e armadura é iniciada no lançamento do concreto;
- com aderência posterior (pós-tração) – a aderência é iniciada após o endurecimento da nata de cimento injetadas nas bainhas sob pressão após a protensão dos cabos;
- sem aderência (pós-tração sem aderência) – neste caso a armadura só está solidária ao concreto nas regiões de ancoragem e dos desviadores se houverem.

A escolha da aderência ou não aderência é uma questão de escolha sob os pontos de vista técnicos e econômicos. Se bem dimensionados, ambos os sistemas são satisfatórios e conduzem à estruturas seguras e duráveis.

A publicação da *Fédération Internationale de la Précontrainte* (maio 1998) lista as vantagens do sistema de cabos não aderentes:

- baixo coeficiente de atrito;
- cordoalhas completamente protegidas contra corrosão durante a construção;
- cabos menores e flexíveis para máxima excentricidade, pequeno raio de curvatura;

- colocação das cordoalhas simples e rápida;
- sem operação de injeção de nata de cimento nas bainhas (*grouting*).

Por outro lado, as seguintes vantagens são citadas para os sistemas de cabos com aderência:

- possibilidade de plena utilização da tensão de escoamento do aço protendido;
- a mobilização das forças de aderência melhoram o desempenho quanto à fissuração;
- é possível trocar a ancoragem por meio da aderência, em caso de perda da ancoragem mecânica, ou caso ocorra a ruptura dos cabos em alguma seção.

A análise de um sistema de lajes protendidas pode ser realizada usando modelos elásticos lineares, plásticos ou não lineares. Pode-se usar o método dos elementos finitos, ou o modelo de grelhas. O modelo de grelhas recomendado pelo ACI 318/11 é usado na análise de sistemas com carregamento vertical e horizontal, se as cargas aplicadas são regulares. No caso de radier, a interação solo estrutura deve ser adequadamente considerada por meio do módulo de reação do solo  $\kappa$ .

Quanto às ações e respectivas combinações devem-se usar as prescrições dos códigos previamente definidos nas diretrizes do projeto. No Brasil essas prescrições estão nas NBR 6120:1980 e NBR 8681:2003.

As ações transmitidas a um radier protendido são provenientes do carregamento da superestrutura, dos efeitos da protensão, e pela reação do solo. Publicação da *Fédération Internationale de la Précontrainte* (maio 1998) considera que as seguintes combinações de cargas são suficientes:

- máximas cargas de projeto provenientes da superestrutura, combinadas com as cargas mínimas ou máximas aplicadas diretamente no radier;
- cargas permanentes da superestrutura na transferência da protensão.

Em estruturas submetidas a cargas laterais é preciso considerar as seguintes disposições de cargas:

- máxima carga vertical combinada com a carga lateral mais desfavorável;
- mínima carga vertical combinada com a máxima carga lateral.



Segundo a *FIB Bulletin 31* (2005), há vantagens em se protender a fundação rasa, seja na forma de vigas sob base elástica, ou radier. A protensão introduz um sistema de forças de compressão no concreto junto com as forças transversais provenientes da curvatura das cordoalhas, que resultam em uma distribuição melhor das pressões no solo, bem como, uma redução na tensão máxima.

A Figura 4.1 ilustra a ação da protensão na placa do radier, com sentido contrário ao efeito das cargas atuantes.

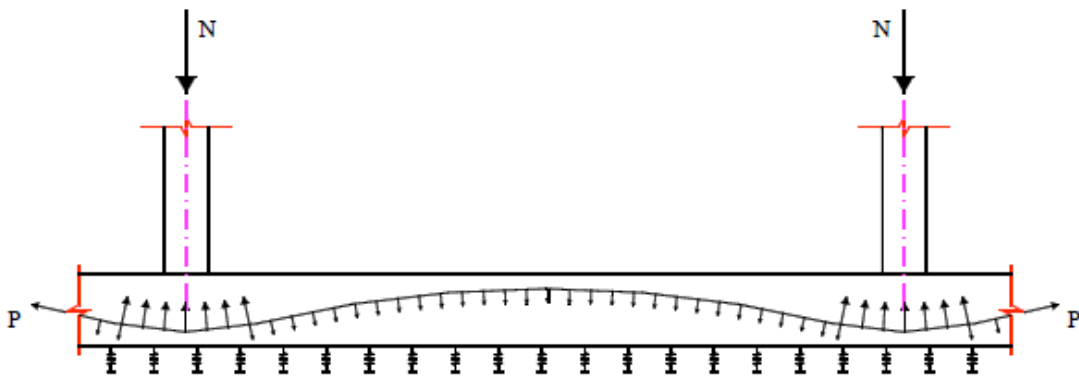


Figura 0.1: Seção transversal, radier protendido. FIB bulletin 31.

#### 4.1 TENSÕES NORMAIS NA SEÇÃO TRANSVERSAL

As hipóteses válidas para o cálculo das tensões normais são:

- a relação entre tensão e deformação específica é linear (Lei de Hooke);
- a superposição dos efeitos é válida;
- o material é homogêneo (concreto macroscopicamente homogêneo, e o aço de protensão pode ser considerado uma ação externa);
- a seção transversal permanece plana após a deformação.

Assim, uma seção  $S$  ilustrada na Figura 4.2, solicitada por um momento de flexão  $M$ , apresenta tensões máximas e mínimas resultantes do efeito de um cabo curvo com força de protensão  $P$  variável ao longo do mesmo. A inclinação da tangente é  $\alpha$ , as solicitações internas geradas devido à protensão podem ser calculadas por:

- Força cortante de protensão

$$V_P = P \sin \alpha \quad (0.1)$$

- Força normal de protensão

$$N_P = P \cos \alpha \quad (0.2)$$

- Momento de flexão isostático de protensão

$$M_P = N_P e \quad (0.3)$$

onde

$P$  = força resultante de protensão atuando no concreto devido ao efeito de protensão do conjunto de cabos;

$e$  = distância entre o centro de gravidade da seção e o centro de gravidade dos cabos;

$\alpha$  = ângulo de inclinação da tangente ao cabo.

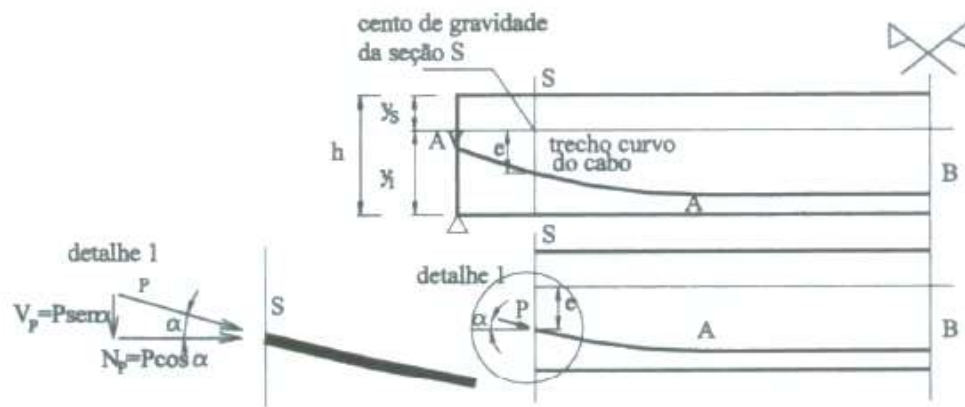


Figura 0.2: Ações solicitantes devido ao efeito da protensão em uma seção S,

CARVALHO (2012).

As tensões normais máximas ocorrem próximas às bordas superior e inferior, ou seja, junto aos pontos mais afastados do centro de gravidade da seção dadas por:

- borda superior

$$\sigma_S = \frac{N_P}{A} \pm \frac{N_P e}{W_S} \pm \frac{M}{W_S} \quad (0.4)$$

- borda inferior

$$\sigma_i = \frac{N_P}{A} \pm \frac{N_P e}{W_i} \pm \frac{M}{W_i} \quad (0.5)$$

onde

$\sigma_s, \sigma_i$  = tensões normais no concreto nas bordas superior e inferior;

$N_p$  = solitação normal de protensão dada pela componente  $P \cos \alpha$ ;

$e$  = distância entre o centro de gravidade do cabo e o centro de gravidade da seção transversal;

$A$  = área da seção transversal;

$W_s, W_i$  = módulo de resistência da seção em relação ao bordo superior e em relação ao bordo inferior.

Outra maneira de examinar o efeito da protensão é considerar o diagrama de corpo livre da viga de concreto separado do cabo de protensão e verificar o efeito.

Considerando-se que um cabo curvo ao ser tensionado, por uma força  $P$  de protensão aplicada na extremidade da viga (Figura 4.3), causará uma ação  $u$  que pode ser substituída por uma ação distribuída  $u_p$  atuando ao longo do comprimento  $L$ , obtém-se do equilíbrio que:

$$2P \operatorname{sen} \alpha = u_p L \quad (0.6)$$

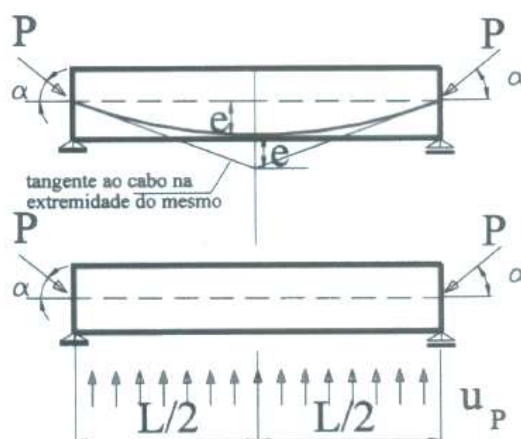


Figura 0.3: Efeito da protensão de cabo curvo por meio de uma ação equivalente.

CARVALHO (2012).

Caso a curva desenvolvida pelo cabo seja uma parábola, pode-se escrever:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{2e}{\sqrt{(2e)^2 + (L/2)^2}} \quad (0.7)$$

Como a excentricidade ( $e$ ) é um valor pequeno comparado ao comprimento da viga, pode-se reescrever a expressão (0.7) de forma simplificada:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{4e}{L} \quad (0.8)$$

Portanto,

$$u_p = \frac{8Pe}{L^2} \quad (0.9)$$

## 4.2 CONCRETO E AÇO NOS ELEMENTOS PROTENDIDOS

### 4.2.1 Concreto

A NBR 8953:2015, aplicável em estruturas de concreto armado e concreto protendido, classifica o concreto segundo sua massa específica, resistência à compressão, e consistência.

Nessa norma os concretos classificados como normais (C) têm massa específica seca entre  $2000 \text{ kg/m}^3$  e  $2800 \text{ kg/m}^3$ ; os leves (CL) têm massa específica menor que  $2000 \text{ kg/m}^3$ ; e os densos (CD) são aqueles com massa específica maior que  $2800 \text{ kg/m}^3$ , de acordo com a prescrição da NBR 9778:2005, referenciada na NBR 8953:2015.

Os concretos para fins estruturais são classificados em dois grupos: grupo I e grupo II conforme o Quadro 4.1. A NBR 8953:2015 sugere que, para o concreto armado, não sejam usados valores menores que 20 MPa para a resistência característica dos concretos estruturais. Porém, não se restringe o uso de resistências intermediárias. A NBR 6118:2014 recomenda a Classe C25, ou superior, para o concreto protendido.

Classe de resistência Grupo I	Resistência característica à compressão (MPa)	Classe de resistência Grupo II	Resistência característica à compressão (MPa)
C20	20	C55	50
C25	25	C60	60
C30	30	C70	70
C35	35	C80	80
C40	40	C90	100
C45	45	C100	100
C50	50		

Quadro 0.1: Classes de resistência de concretos estruturais, NBR 8953:2015.

Quanto à consistência, os concretos são classificados no estado fresco a partir do ensaio de abatimento NBR NM 67 (Quadro 4.2) e NBR 15823-1 para os concretos autoadensáveis.

Um concreto C30 S160 é um concreto com massa específica normal, resistência característica de 30 MPa, e abatimento entre 160 mm e 220 mm. A mesma classificação é válida para o concreto protendido.

Classe	Abatimento mm	Aplicações típicas
S10	$10 \leq A \leq 50$	Concreto extrusado, vibroprensado ou centrifugado
S50	$50 \leq A \leq 100$	Alguns tipos de pavimento e elementos de fundação.
S100	$100 \leq A \leq 160$	Elementos estruturais com lançamento convencional do concreto.
S160	$160 \leq A \leq 220$	Elementos estruturais com lançamento bombeado do concreto.
S220	$\geq 220$	Elementos estruturais esbeltos ou com alta densidade de armaduras.

NOTA 1: De comum acordo entre as partes, podem ser criadas classes especiais de consistência explicitando a respectiva faixa de variação do abatimento.  
 NOTA 2: Os exemplos dessa tabela são ilustrativos e não abrangem todos os tipos de aplicações.

Quadro 0.2: Classes de consistência NBR 8953:2015.

Em relação às outras propriedades do concreto, as prescrições da NBR 6118/2014 são válidas tanto para o concreto armado, quanto para o concreto protendido.

- módulo de elasticidade inicial em concretos  $C20 \leq f_{ck} \leq C50$

$$E_{ci} = \alpha_E 5600 f_{ck}^{1/2} \quad (0.10)$$

- módulo de elasticidade inicial em concretos  $C55 \leq f_{ck} \leq C90$

$$E_{ci} = 21,5 \times 10^3 \alpha_E \left( \frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad (0.11)$$

- granito e gnaissse como agregado graúdo

$$\alpha_E = 1,02 \quad (0.12)$$

- módulo de elasticidade secante

$$E_{cs} = \alpha_i E_{ci} \quad (0.13)$$

$$\alpha_i = 0,8 + \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (0.14)$$

- resistência média à tração – concretos de classe até C50

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (0.15)$$

- resistência média à tração – concretos de classes C55 até C90

$$f_{ct,m} = 2,12 \ln(1 + 0,11 f_{ck}) \quad (0.16)$$

- coeficiente de Poisson – para tensões de compressão  $< 0,5 f_c$  e tensões de tração  $< f_{ct}$

$$\nu = 0,2 \quad (0.17)$$

- módulo de elasticidade transversal

$$G = \frac{E_{cs}}{2,4} \quad (0.18)$$

Quanto às tensões de compressão menores que  $0,5 f_c$ , pode-se admitir uma relação linear entre a tensão e a deformação específica. Para o estado limite último, adota-se o diagrama tensão deformação específica idealizado proposto pela NBR 6118:2014, sendo  $\varepsilon_{c2}$  (deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico) e  $\varepsilon_{cu}$  (deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura), definidos a seguir:

- concretos de classe até C50

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\% \quad (0.19)$$

$$\varepsilon_{cu} = 3,5\%$$

- concretos de classe C55 até C90

$$\begin{aligned}\varepsilon_{c2} &= 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰}(f_{ck} - 50)^{0,53} \\ \varepsilon_{cu} &= 2,6\text{‰} + 35\text{‰} \left[ \frac{(90 - f_{ck})}{100} \right]^4\end{aligned}\quad (0.20)$$

O diagrama tensão *versus* deformação é ilustrado na Figura 4.4.

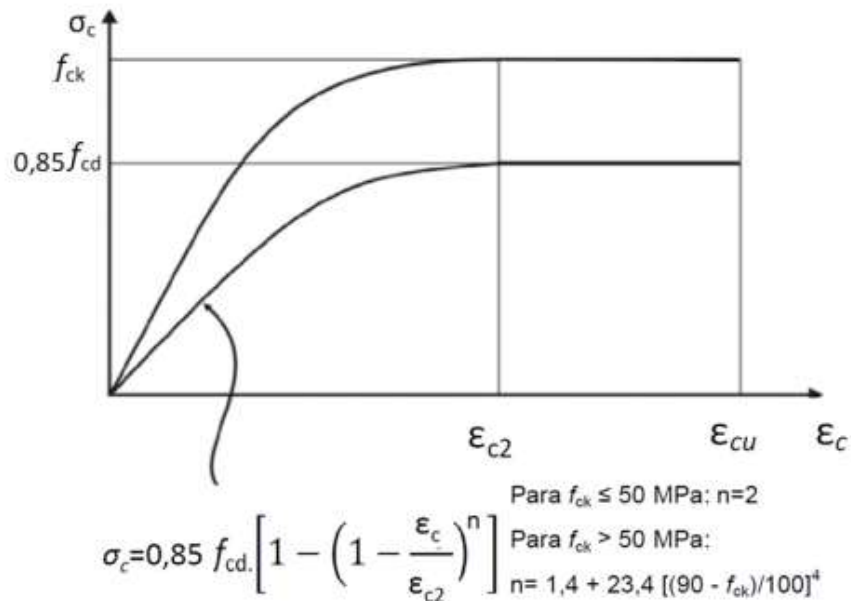


Figura 0.4: Diagrama tensão vs deformação específica do concreto segundo a NBR 6118/2014.

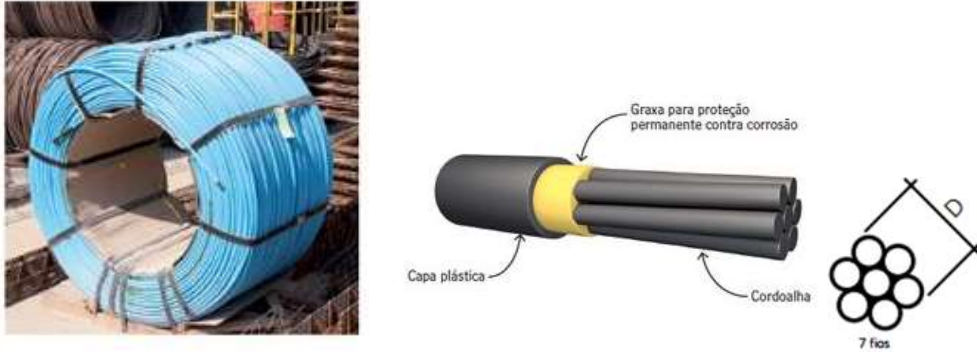
#### 4.2.2 Aços de protensão

Os aços para o concreto protendido são identificados pela sigla CP (concreto protendido), seguida do valor em  $\text{kgf/mm}^2$  da tensão de ruptura, além das siglas RN (relaxação normal), ou RB (relaxação baixa).

As categorias de aço produzidas no Brasil são: CP145RB, CP150RB, CP170RN, CP175RB, CP175RN, CP190RB, CP210RB, fornecidas em barras, fios, cordões e cordas (cordoalhas), ou seja:

- barras – elementos fornecidos em segmentos retos com comprimento entre 10 e 12 m;
- fios – elementos de diâmetro nominal não maior que 12 mm, fornecidos em rolo de diâmetro nominal pelo menos igual a 250 vezes o diâmetro do fio;
- cordões – grupamentos de dois a três fios enrolados em hélice com passo constante e mesmo eixo longitudinal;

- cordoalhas – grupamento de pelo menos 6 fios enrolados em uma ou mais camadas em torno de um fio (CARVALHO, 2012), cujo eixo coincide com o eixo longitudinal do conjunto (Figura 4.5).



(a) Cordoalha engraxada e plastificada em rolo (b) Detalhe da cordoalha

Figura 0.5: Cordoalha para concreto protendido.

<http://techne.pini.com.br/engenharia-civil/185/radier-protendido-285959-1.aspx>. Acesso 12/09/2015.

O diagrama tensão *versus* deformação específica é fornecido pelo fabricante, ou pode ser obtido por ensaios. Para cordoalhas os valores mínimos de resistência à tração e o alongamento após a ruptura são prescritos pela NBR 7483:2008. Os limites para os fios são prescritos pela NBR 7482:2008. O módulo de elasticidade, quando não for obtido por ensaio, ou fornecido pelo fabricante, pode ser considerado com o valor de 200 GPa, para fios e cordoalhas. A massa específica é de  $7850 \text{ kg/m}^3$ , e o coeficiente de dilatação térmica, entre as temperaturas de  $-20^\circ\text{C}$  e  $100^\circ\text{C}$ , é de  $10^{-5}$ , pela NBR 6118:2014.

Para o cálculo dos estados limites último e de serviço, pode-se usar o mesmo diagrama de cálculo da NBR 6118:2014, mostrado na Figura 4.6.



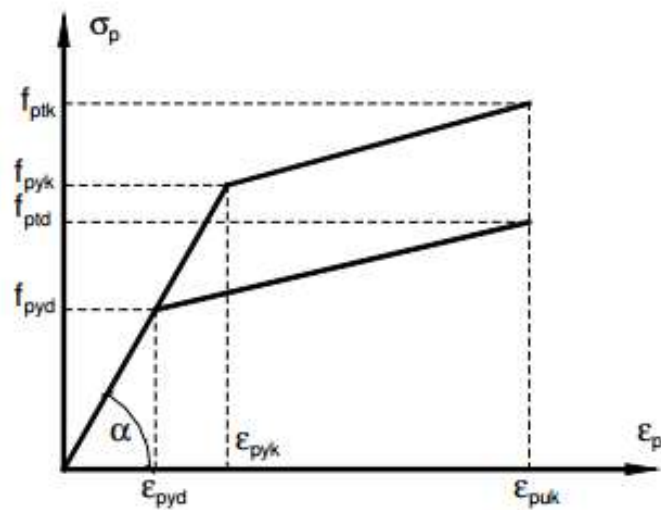


Figura 0.6: Diagrama tensão vs deformação específica para aços de armaduras ativas. NBR 6118:2014

A NBR 6118:2014, item 9.6.1.2.1, restringe os valores das tensões na armadura para evitar a ruptura, escoamento ou relaxação, bem como danos à ancoragem durante a operação de protensão. A força de tração,  $P_i$ , gera uma tensão,  $\sigma_{pi}$ , na saída do aparelho de tração, que deve respeitar os seguintes limites:

- Pré-tração aço RN

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 f_{Ptk} \\ 0,90 f_{Pyk} \end{cases} \quad (0.21)$$

- Pré-tração aço RB

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,77 f_{Ptk} \\ 0,85 f_{Pyk} \end{cases} \quad (0.22)$$

- Pós-tração RN

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74 f_{Ptk} \\ 0,87 f_{Pyk} \end{cases} \quad (0.23)$$

- Pós-tração RB

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,74 f_{Ptk} \\ 0,82 f_{Pyk} \end{cases} \quad (0.24)$$

Para cordoalha engraxada admitem-se maiores limites para as tensões.

#### 4.3 RECOMENDAÇÕES CONSTRUTIVAS

A distribuição das cordoalhas precisa ser estudada para cada sistema em particular. Geralmente, 50% das cordoalhas podem ser colocados nas faixas dos pilares (Figura 4.7) pelo menos em uma direção e pelo menos dois cabos devem atravessar a faixa de pilares.

A solução em faixa é de fácil execução e induz uma distribuição mais uniforme das cargas. Entretanto, se requer cuidado no planejamento da colocação das cordoalhas, especialmente daquelas que se cruzam.

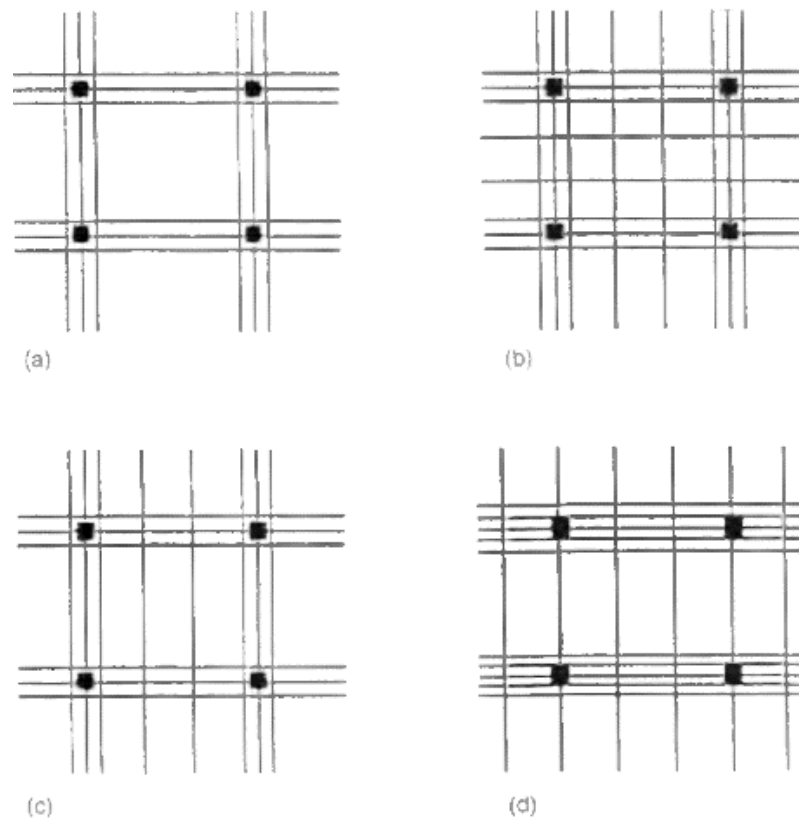


Figura 0.7: Distribuição das cordoalhas.

Fédération Internationale de la Précontrainte (1998).

Os feixes de cabos, ou cabos, podem ser colocados lado a lado, espaçados no mínimo em 5 cm (NBR 6118:2014). A regra geral para uma faixa de laje ser tratada como uma região protendida, o espaçamento máximo entre cabos, feixes de cabos, ou cordoalhas, não exceda seis vezes a espessura da laje, respeitado o limite máximo de 120 cm (NBR 6118:2014). O espaçamento entre os cabos deve

gerar na seção transversal uma tensão de compressão média igual ou superior a 1,0 MPa, computadas todas as perdas. Em lajes protendidas por monocordoalhas não aderentes o feixe será composto por no máximo 4 cabos, *Fédération Internationale de la Précontrainte* (1998).

O desvio no plano da laje de um cabo ou feixe deve produzir uma inclinação máxima de 1/10 na corda imaginária que une o início ao fim desse trecho, mantendo seu desenvolvimento de acordo com uma parábola em planta. O espaçamento mínimo deve ser mantido em 5 cm entre cabos, na região central da curva. Caso o desvio exceda esses limites, é necessário prever armadura que resista à força gerada pelo mesmo (NBR 6118:2014).

O cobrimento mínimo em relação à face das aberturas é de 7,5 cm. Durante a concretagem, deve-se evitar que o cobrimento previsto em projeto seja diminuído, pois isso afetaria a resistência e a durabilidade da estrutura protendida. É proveitoso avaliar a necessidade de inserção de elementos de fixação para que as cordoalhas se mantenham com o cobrimento previsto em projeto, *Fédération Internationale de la Précontrainte* (1998).

Deve-se analisar a necessidade de armadura para a resistência à punção. Essa armadura é composta de estribos ou conectores, ou *studs* (Figura 4.8). Quando a armadura é composta por estribos o diâmetro da mesma não pode exceder espessura de 1/20 da laje, e deve haver contato entre a armadura longitudinal e os cantos dos estribos.

É necessário prever armadura passiva contra o colapso progressivo (Figura 4.9) numa faixa que não exceda a largura do pilar, acrescida de 1,5 vezes a espessura da laje em cada lado. O espaçamento entre as barras não deve ultrapassar 30 cm. As barras serão estendidas até a distância de 1/6 do vão livre na direção da armadura a partir da face do pilar. Pode-se prescindir da armadura para resistir ao colapso progressivo se pelo menos um cabo passar pela seção transversal dos pilares.

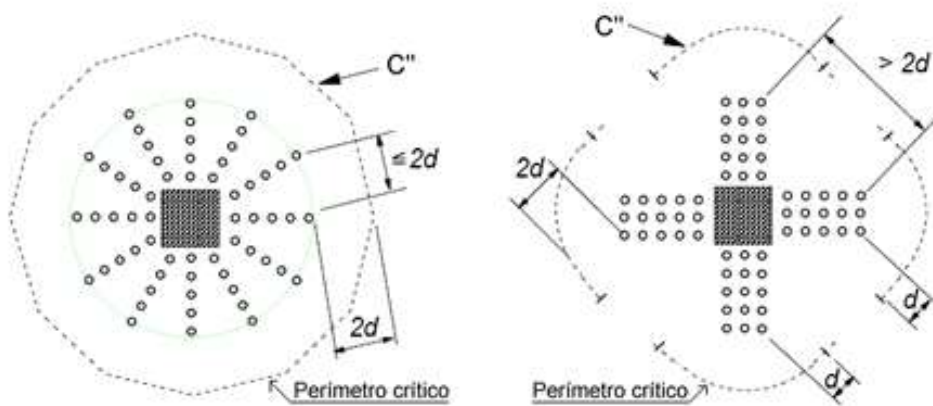


Figura 0.8: Armadura para resistência à punção ,studs.

<http://faq.altoqi.com.br/content/297/713/pt-br/detalhamento-de-lajes-a-pun%C3%A7%C3%A3o.html>.

Acesso 28/09/2015.

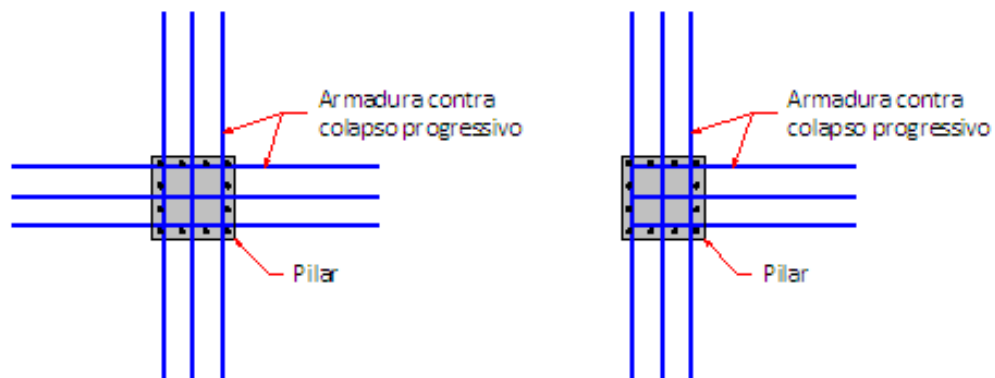


Figura 0.9: Armadura para resistir ao colapso progressivo.

<http://faq.altoqi.com.br/content/297/713/pt-br/detalhamento-de-lajes-a-pun%C3%A7%C3%A3o.html>.

Acesso: 28/09/2015.

A segurança e a durabilidade do radier protendido dependem da qualidade dos processos construtivos. A construção de um radier protendido não difere da construção de outras peças protendidas. Como observado anteriormente, no Brasil, não se tem uma norma específica para radier, para de concreto armado, ou concreto protendido. Em ambos os casos valem as prescrições da NBR 6118:2014, ou de outros códigos internacionais aceitos no meio técnico.

As formas devem ser dimensionadas tal que resistam às cargas que ocorram durante a execução: peso próprio da forma, peso das armaduras, peso do concreto, sobrecargas das fases de construção e as cargas provenientes do processo de protensão (*Fédération Internationale de la Précontrainte*, 1998).

A disposição das cordoalhas deve atender rigorosamente as prescrições do projeto, especialmente se houver cruzamento entre elas. Não deve haver mudanças bruscas de direção, e o alinhamento precisa ser mantido. As cordoalhas são mantidas ancoradas perpendicularmente nas placas de ancoragem (Fédération Internationale de la Précontrainte, 1998).

Os cabos de protensão devem ter em suas extremidades, segmentos retos que permitam o alinhamento de seus eixos com os eixos do dispositivo de ancoragem. O comprimento desse trecho reto não pode ser inferior a 100 cm, exceto em monocordoalhas engraxadas, nas quais esse valor pode ser reduzido para 50 cm, em conformidade com a NBR 6118:2014. Segundo a Fédération Internationale de la Précontrainte (1998), as tolerâncias no posicionamento das cordoalhas, se não definidas em projeto, devem seguir os valores mostrados na Tabela 4.1.

Tabela 0.1: Tolerância no posicionamento das cordoalhas.

ESPESSURA DA LAJE	TOLERÂNCIA	
	VERTICAL	HORIZONTAL
$h \leq 200$ mm	$\pm h/40$	$\pm 20$ mm
$H \geq 200$ mm	$\pm 5$ mm	$\pm 20$ mm

Fédération Internationale de la Précontrainte ( 1998).

É necessário cuidado especial com a proteção das ancoragens contra a corrosão nas cordoalhas e cabos não aderentes, visto que as forças de protensão são transferidas ao concreto permanentemente por meio das ancoragens.

## 5 ESTUDO DE CASOS

### 5.1 RADIER RETANGULAR DE ALTURA CONSTANTE

Para estudo de caso o radier da Figura 5.1 foi dividido em faixas de modo a tornar possível uma análise simplificada, conforme sugerido no Capítulo 3 deste trabalho.

Em seguida o mesmo radier é modelado como malha de elementos finitos, com a utilização do *software PLAXIS 3D (finite element code for soil and rock analysis)*, com a qual se pode realizar uma análise mais precisa da interação solo-estrutura e observar sua influência no comportamento do radier, obtendo-se os recalques e as tensões em diferentes pontos do radier para a avaliação do módulo de reação do solo e posterior comparação com o resultado teórico.

A versão do *software* Plaxis usada nesse trabalho é a *Introductory 3D* (2014). Essa versão permite a modelagem em 3D do radier e do solo sob o mesmo. Entretanto, por ser uma versão simplificada com limitações, fornecida pelo fabricante para fins acadêmicos, não permite a introdução de mais de um furo de sondagem, além de só permitir a modelagem de uma camada de solo. Assim, o maciço de solo sob a fundação, é um maciço homogêneo representado por uma malha de elementos finitos de volume com 10 nós.

### 5.2 MODELO I – RADIER DE ESPESSURA CONSTANTE MÉTODO SIMPLIFICADO DE ANÁLISE

A Figura 5.1 mostra a geometria do radier, os parâmetros do solo tais como: o módulo de deformabilidade, o coeficiente de Poisson e coesão foram adotados tendo como base os trabalhos de TEIXEIRA e GODOY (1996).

O radier está assente sobre uma camada de argila seca de 20 m de espessura,  $N_{SPT} = 10$ , peso específico  $\gamma = 17 \text{ kN} / \text{m}^3$  e ângulo de atrito  $\phi = 30^\circ$ . As seguintes especificações foram adotadas para o concreto:  $f_{ck} = 30 \text{ MPa}$ ; módulo de elasticidade calculado pela expressão proposta pela NBR 6118:2014; coeficiente de Poisson,  $\nu = 0,2$ .

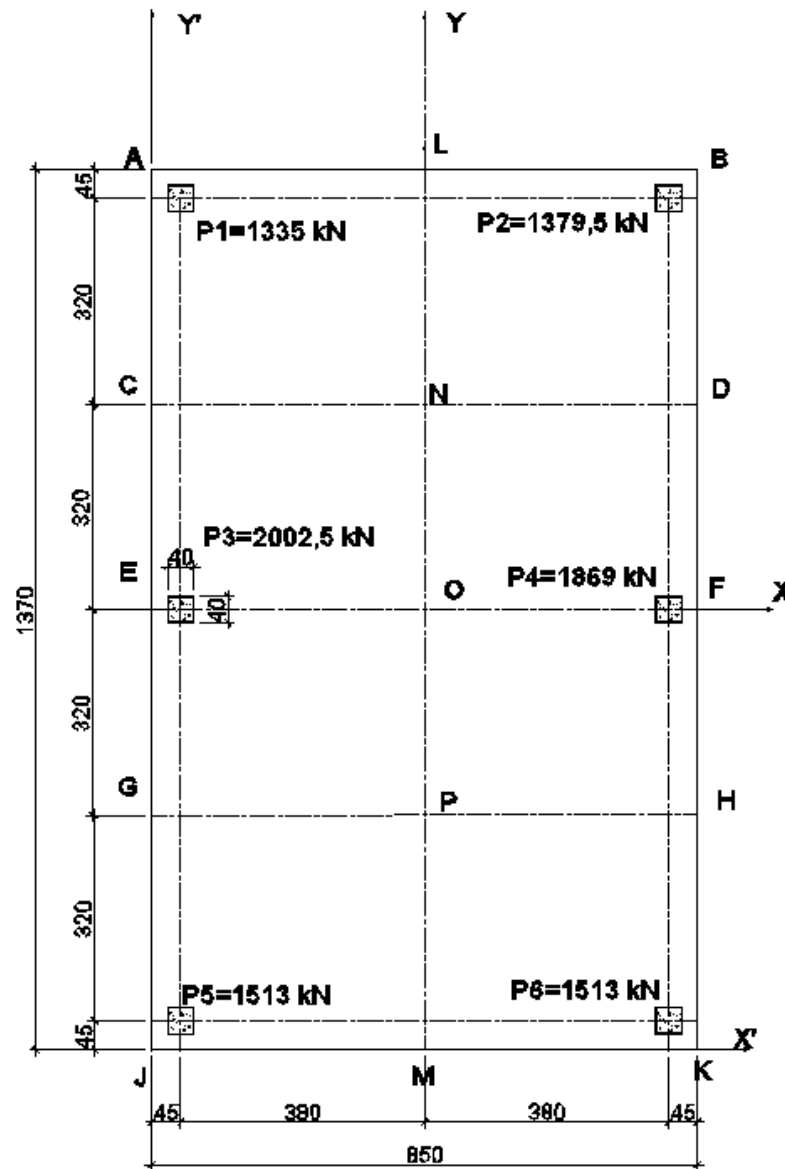


Figura 0.1: Radier 13,70 m X 8,5 m X 0,50 m

A Tabela 5.1 mostra os parâmetros geotécnicos da fundação, adotadas de acordo com as correlações propostas por TEIXEIRA e GODOY (1996).

Tabela 0.1: Parâmetros adotados com base nas Tabelas 3.3, 3.4 e 3.5

NSPT	$\nu$	K (MPa)	$\alpha$	Es (MPa)	L (m)	B (m)	Ec (MPa)
10	0,2	0,2	7	14,0	13,7	8,5	26071,59

A Tabela 5.2 apresenta os valores do fator de forma  $I_s$  propostos por VELLOSO e LOPES (2014).

Tabela 0.2: Fator de forma  $I_{s,}$  interpolação com base na Tabela 3.1

L/B	1,15	1,5	1,61	2,0	3,0	5,0	10,0
$I_s$	1,14	1,15	1,18	1,3	1,52	1,83	2,25

A solução proposta por MAHDI [20-?], é apresentada a seguir. Inicialmente calcula-se a pressão resultante com a expressão (3.5).

$$q = \frac{P_{total}}{A} \pm \frac{M_{yx}}{I_y} \pm \frac{M_{xy}}{I_x}$$

onde

$A$  = área do radier;

$$I_x = \frac{1}{12} BL^3 = \text{momento de inércia em torno do eixo X};$$

$$I_y = \frac{1}{12} B^3L = \text{momento de inércia em torno do eixo Y};$$

$M_x$  = momento da resultante  $P$  pela excentricidade  $e_y$  em torno do eixo X;

$M_y$  = momento da resultante  $P$  pela excentricidade  $e_x$  em torno do eixo Y.

As excentricidades  $e_x$  e  $e_y$  nos eixos  $X$  e  $Y$  são determinadas usando-se as coordenadas  $X'$  e  $Y'$ , que são calculadas com as expressões (3.6) e (3.7).

A Tabela 0.3 mostra a sequência de cálculo para obtenção das coordenadas  $X'$  e  $Y'$ , bem como as excentricidades,  $e_x$  e  $e_y$ .



Tabela 0.3: Coordenadas para o centro de forças e da excentricidade.

COORDENADAS X' E Y'					
COLUNA	Pi (kN)	xi(m)	Pi.x'i	yi (m)	Pi.yi
1	1335,00	0,45	600,75	13,25	17688,75
2	1379,50	8,05	11104,98	13,25	18278,38
3	2002,50	0,45	901,125	6,85	13717,13
4	1869,00	8,05	15045,45	6,85	12802,65
5	1513,00	0,45	680,85	0,45	680,85
6	1513,00	8,05	12179,65	0,45	680,85
$\Sigma pi$	9612,00	$\Sigma pix'i$	40512,8	$\Sigma piy'i$	63848,6
X'	4,21				
Y'	6,64				
$e_x$	-0,04				
$e_y$	-0,21				

Os momentos resultantes e as inércias são calculados com as expressões (3.10) a (3.13).

Assim a expressão (3.5) para o modelo I fica:

$$q = 82,54 \pm 0,55x \pm 1,11y \quad (0.1)$$

A Figura 5.2 mostra os pontos onde as pressões sob o radier são calculadas. As tensões foram calculadas no centro das faixas assim, o esquema estrutural da faixa representa o carregamento e a reação do solo no centro da mesma.

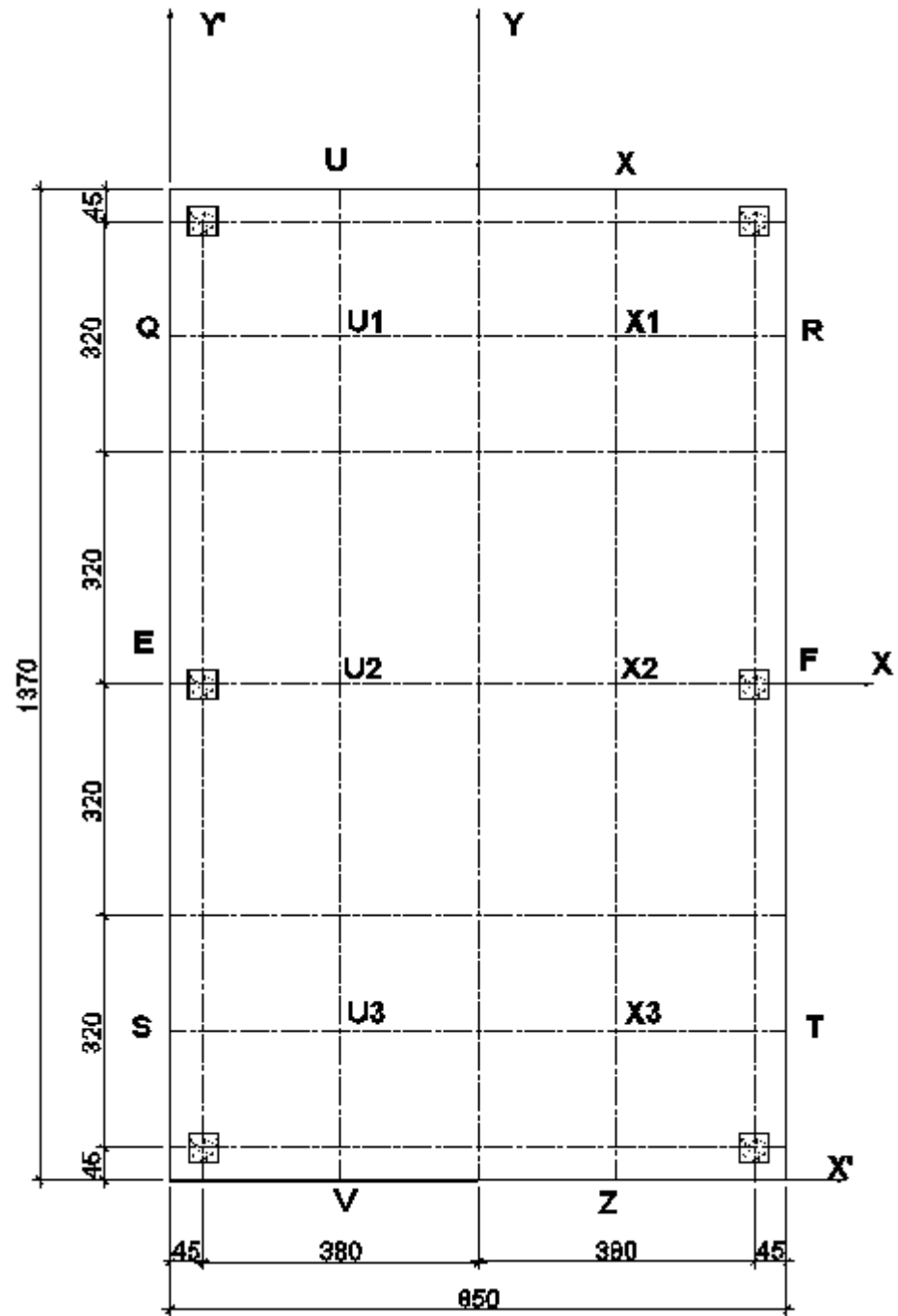


Figura 0.2: Pontos onde as reações do solo são apresentadas.

A Tabela 0.4 apresenta as coordenadas dos pontos onde as tensões sob o radier são calculadas e seus respectivos valores segundo a expressão (0.1). Também, a sequência de cálculo das inércias e dos momentos devido as excentricidades são apresentados nessa tabela.

Tabela 0.4: Tensões sob o radier nos pontos em destaque na Figura 5.2.

P (kN)	A(m <sup>2</sup> )	P/A (kN/M <sup>2</sup> )	ex (m)	ey (m)		
9612,00	116,45	82,54	-0,04	-0,21		
Iy	Ix	My	Mx	My/Iy	Mx/Ix	
701,13	1821,38	-384,48	-2018,52	-0,55	-1,11	
PONTO	P/A	Xcoord	-0.54838*x	Ycoord	-	q(kN/m2)
					1,10824*y	
E	82,54	-4,25	2,33	0,00	0,00	80,21
F	82,54	4,25	-2,33	0,00	0,00	84,87
Q	82,54	-4,25	2,33	4,80	-5,32	85,53
R	82,54	4,25	-2,33	4,80	-5,32	90,19
S	82,54	-4,25	2,33	-4,80	5,32	74,89
T	82,54	4,25	-2,33	-4,80	5,32	79,55
U	82,54	-1,90	1,04	6,85	-7,59	89,09
V	82,54	-1,90	1,04	-6,85	7,59	73,91
X	82,54	1,90	-1,04	6,85	-7,59	91,18
Z	82,54	1,90	-1,04	-6,85	7,59	75,99
U1	82,54	-1,90	1,04	4,80	-5,32	86,82
U2	82,54	-1,90	1,04	0,00	0,00	81,50
U3	82,54	-1,90	1,04	-4,80	5,32	76,18
X1	82,54	1,90	-1,04	4,80	-5,32	88,90
X2	82,54	1,90	-1,04	0,00	0,00	83,58
X3	82,54	1,9	-1,042	-4,8	5,320	78,26

A divisão do radier em faixas é a próxima etapa da rotina de cálculo proposta por MADHI. O radier do modelo foi dividido em faixas longitudinais e transversais. Para essas faixas são traçados os diagramas do momento de flexão e força cortante.

A Figura 5.3 mostra a divisão do radier em duas faixas longitudinais de 4,25 m de largura.

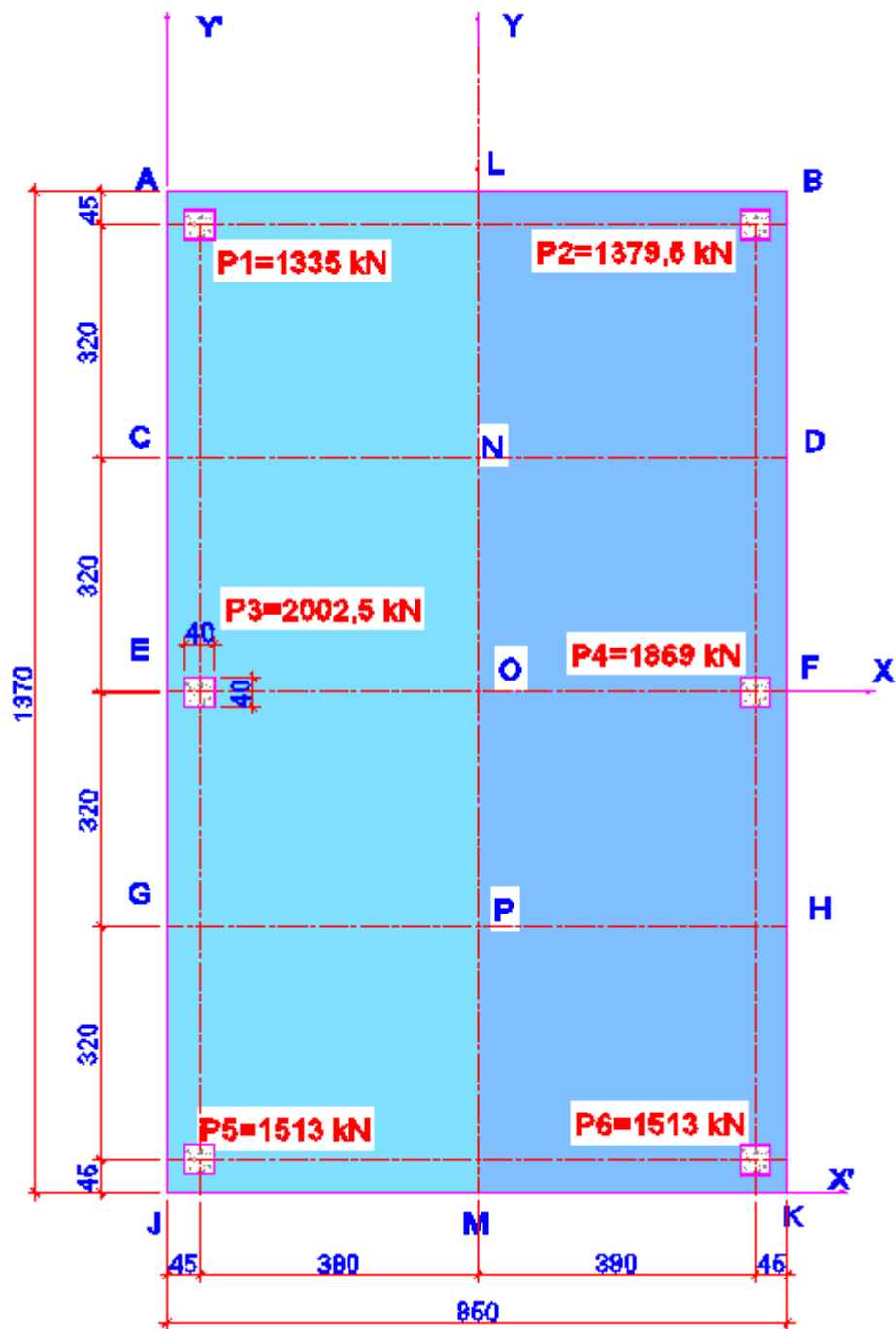


Figura 0.3: Divisão do radier em faixas longitudinais

A Figura 5.4 mostra a divisão do radier em três faixas transversais, sendo duas com 3,65 m de largura e uma faixa central com 6,40 m de largura.

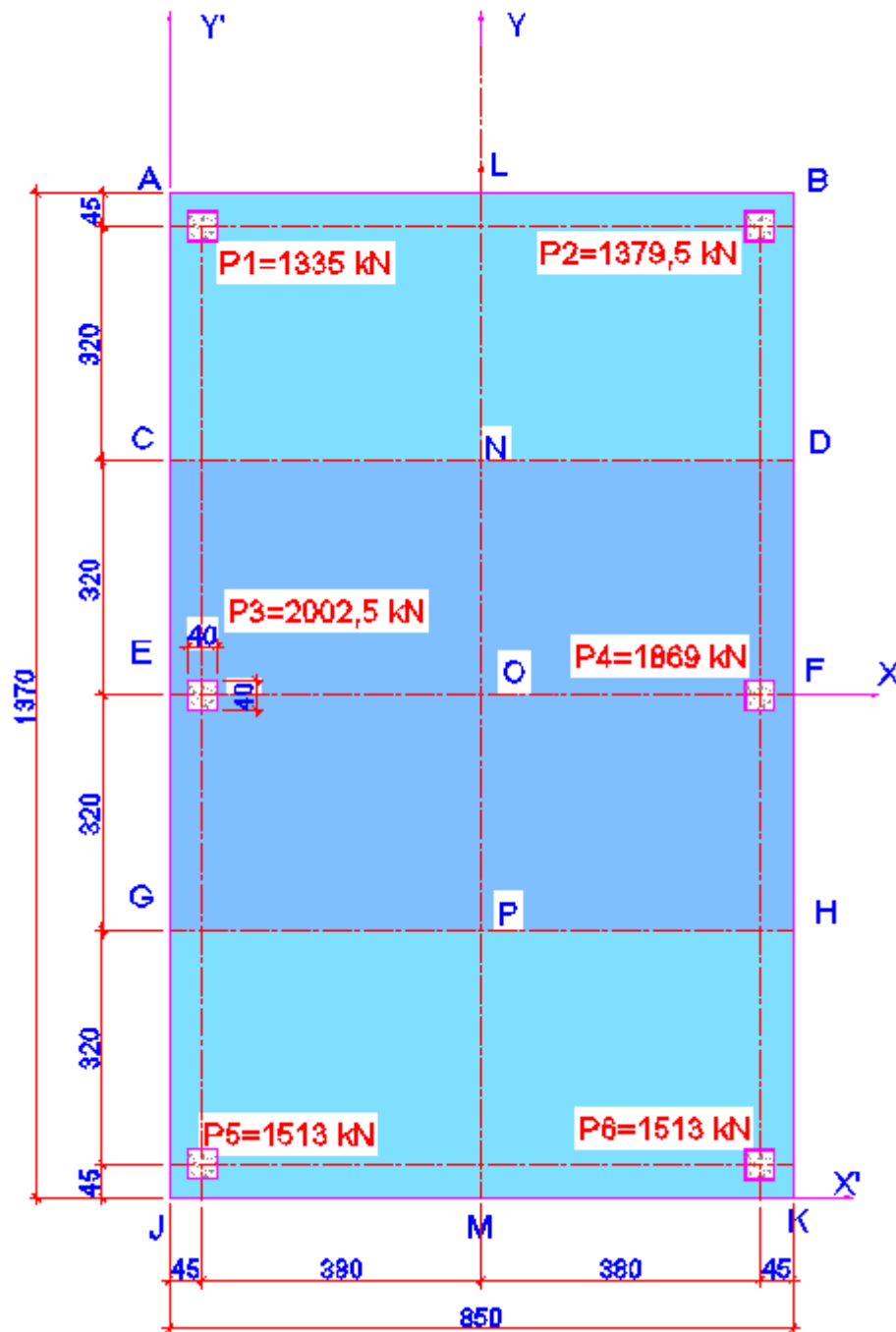


Figura 0.4: Divisão do radier em faixas transversais.

As Tabelas 5.5 e 5.6 apresentam os valores da reação do solo e do carregamento aplicado por faixa, nos sentidos longitudinal e transversal respectivamente.

Tabela 0.5: Faixas longitudinais do radier com respectivas pressões e carregamento total.

FAIXA	LARG.(m)	ÁREA (m <sup>2</sup> )	qmédia (kN/m <sup>2</sup> )	qmédia.A (kN)	ΣPfaixa (kN)	Pmedio (kN)	qmod (kN/m)	F
ALMJ	4,25	58,225	81,500	4745,33	4850,50	4797,92	350,21	0,989
LBKM	4,25	58,225	83,584	4866,67	4761,50	4814,08	351,39	1,011

Tabela 0.6: Faixas transversais do radier com respectivas pressões e carregamento total.

FAIXA	LARG.(m)	ÁREA (m <sup>2</sup> )	qmédia (kN/m <sup>2</sup> )	qmédia.A (kN)	SPfaixa (kN)	Pmedio (kN)	qmod (KN/m)	F
ABDC	3,65	31,03	87,86	2725,90	2714,50	2720,20	320,024	1,002
DHGC	6,40	54,40	82,54	4490,28	3871,50	4180,89	491,869	1,080
HKJG	3,65	31,03	77,22	2395,82	3026,00	2710,91	318,931	0,896

Observa-se que a reação total do solo não está equilibrada com a soma do carregamento aplicado na faixa, para equilibrar deve-se modificar a reação do solo e as cargas aplicadas de modo que a soma das forças seja zero (MAHDI, [20-?]).

A cargas aplicadas na faixa são ajustadas por meio do fator  $F$ . Essas devem ser multiplicadas por esse fator antes de serem apresentados os esquemas estruturais. O fator  $F$  é definido por:

$$F = \frac{P_{\text{medio}}}{\Sigma P_{\text{faixa}}} \quad (0.2)$$

onde

$L$  = comprimento da faixa;

$$P_{\text{medio}} = \frac{q_{\text{media}} \cdot A + \Sigma P_{\text{faixa}}}{2} \quad (0.3)$$

$$q_{\text{mod}} = \frac{P_{\text{medio}}}{L} \quad (0.4)$$

A Tabela 5.7 apresenta os valores das cargas nas faixas longitudinais após o equilíbrio das forças aplicadas.

Tabela 0.7: Fator , carregamentos modificados, faixas longitudinais.

FAIXA	F	P1 (kN)	P3 (kN)	P5(kN)
ALMJ	0,989	1335,00	2002,50	1513,00
	<b>F*Pi</b>	1320,53	1980,79	1496,60
FAIXA	F	P2 (kN)	P4 (kN)	P6(kN)
LBKM	1,011	1379,50	1869,00	1513,00
	<b>F*Pi</b>	1394,73	1889,64	1529,71

A Tabela 0.8 apresenta os valores das cargas nas faixas transversais após o equilíbrio das forças aplicadas.

Tabela 0.8: Fator F, carregamentos modificados, faixas Transversais.

FAIXA	F	P1 (kN)	P2 (kN)
ABDC	1,002	1335,00	1379,50
	<b>F*Pi</b>	1337,80	1382,40
FAIXA	F	P3 (kN)	P4 (kN)
CDHG	1,080	2002,20	1869,00
	<b>F*Pi</b>	2162,21	2018,36
FAIXA	F	P5 (kN)	P6 (kN)
HPJG	0,896	1513,00	1513,00
	<b>F*Pi</b>	1355,46	1355,46

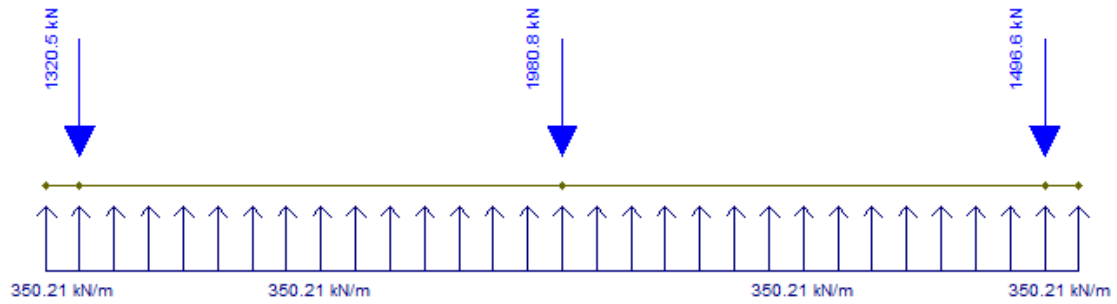
### 5.2.1 Esquemas estruturais e diagramas de momentos de flexão e força cortante das faixas.

Na resolução das faixas foi utilizado o programa *FTOOL*, desenvolvido pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, para uso acadêmico.

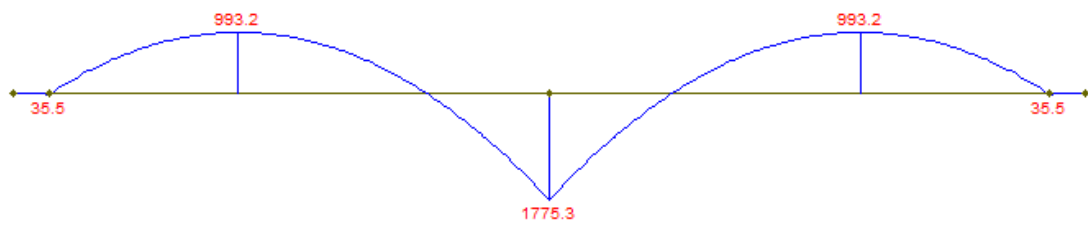
Nos esquemas estruturais não foi usado o modulo de reação do solo na definição dos apoios.

As Figuras 5.5 e 5.6 mostram o carregamento linear, as cargas aplicadas, os respectivos diagramas de momentos de flexão, força cortante.

Faixa ALMJ  
a) esquema estrutural



b) momento de flexão



c) força cortante

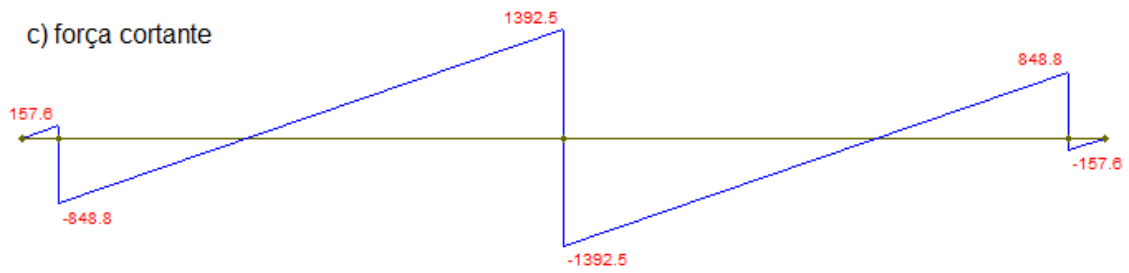
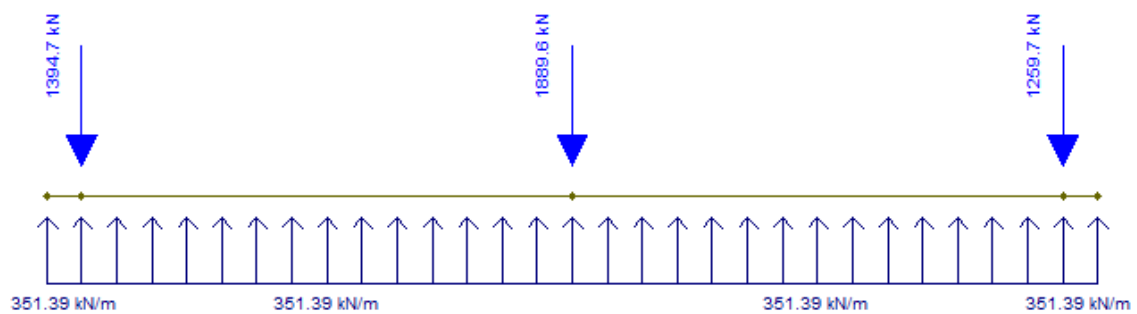


Figura 0.5: Faixa ALMJ, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão, c) força cortante.

Faixa LBKM  
a) esquema estrutural





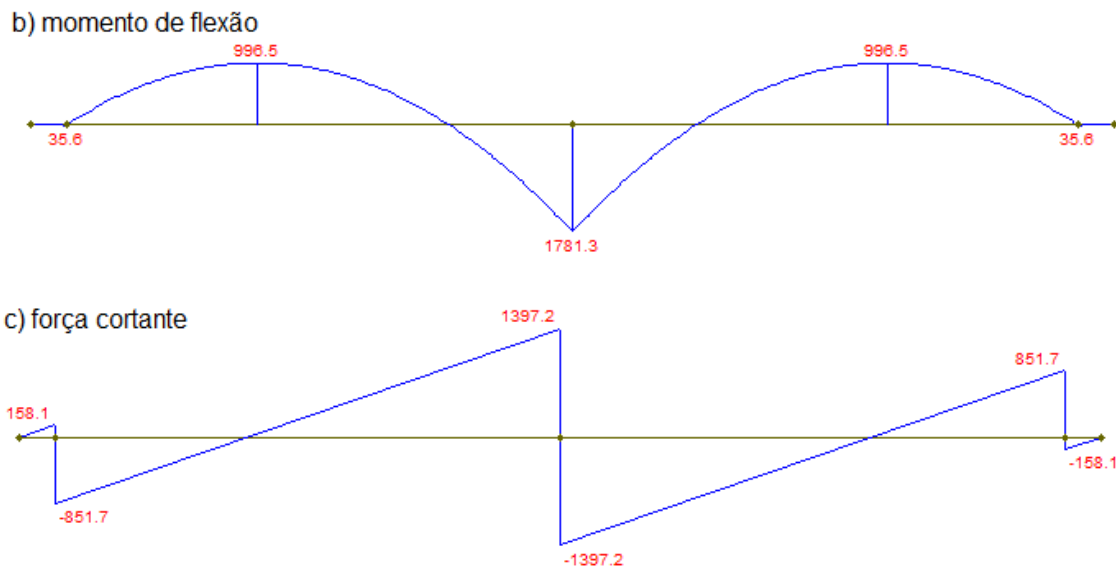


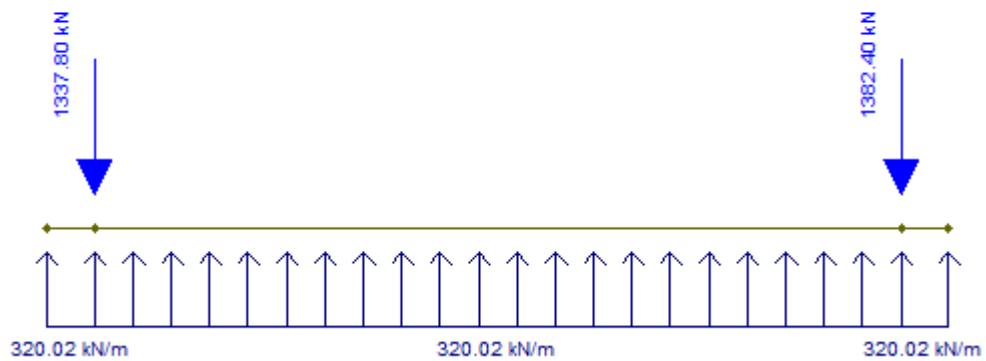
Figura 0.6: Faixa LBKM, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão, c) força cortante.

Observa-se que os momentos de flexão tracionam as fibras inferiores nos pontos correspondentes aos pilares e as fibras superiores entre eles.

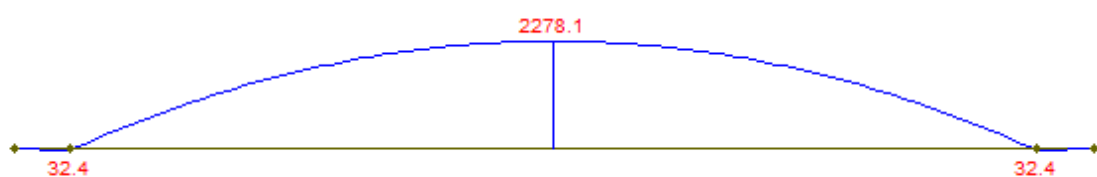
Para as faixas transversais o procedimento é repetido. As Figuras 5.7 à 5.9 apresentam o modelo estrutural e as solicitações resultantes.

### Faixa ABCD

#### a) esquema estrutural



#### b) momento de flexão



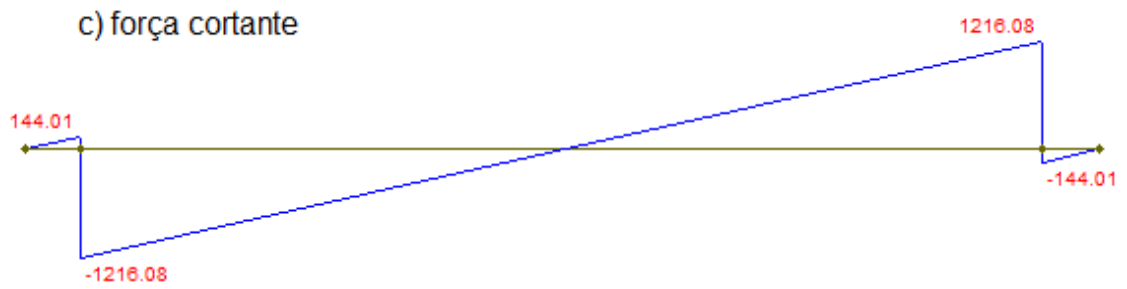


Figura 0.7: Faixa ABDC, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão, c) força cortante.

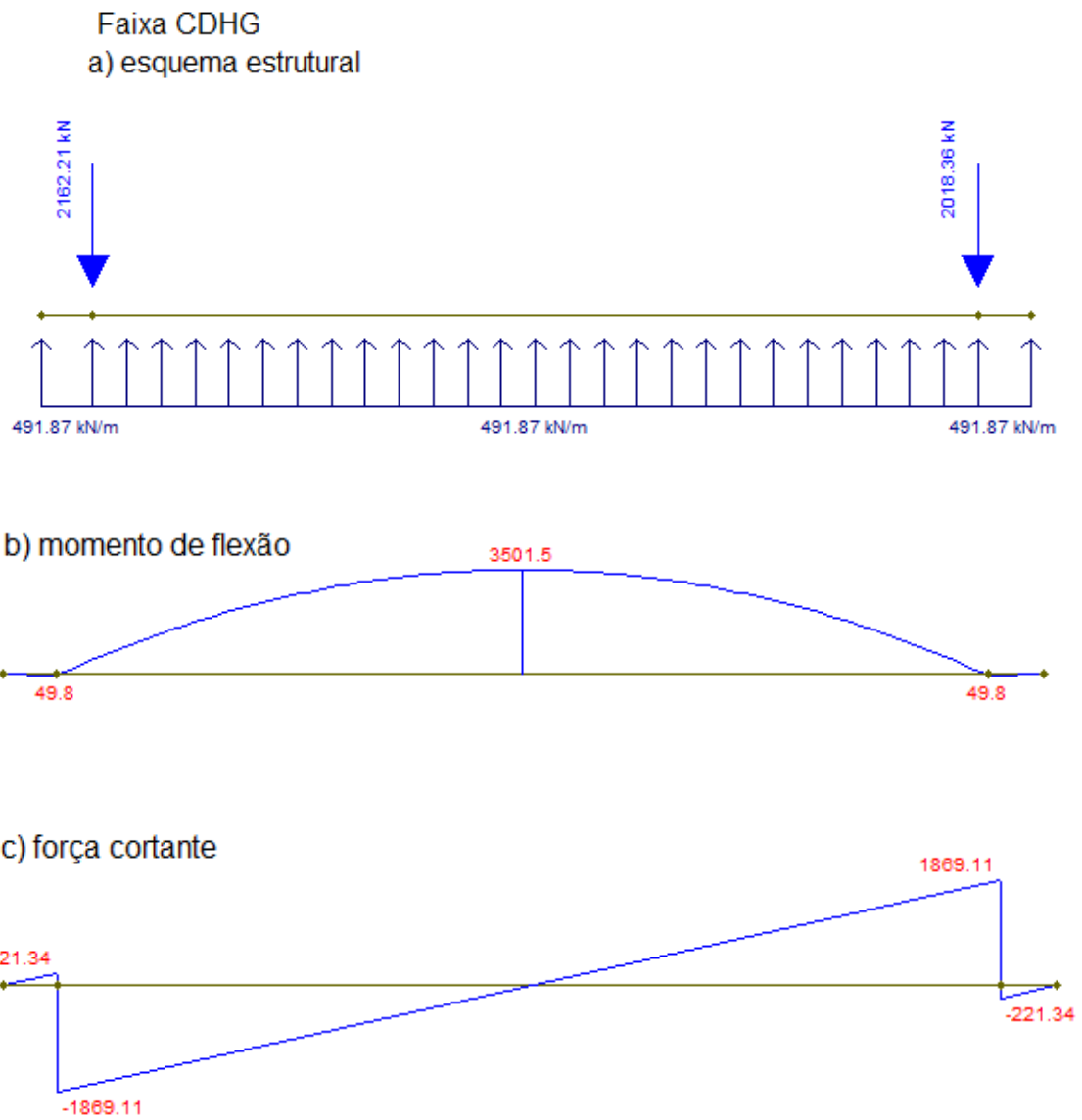


Figura 0.8: Faixa DHGC, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão, c) força cortante.

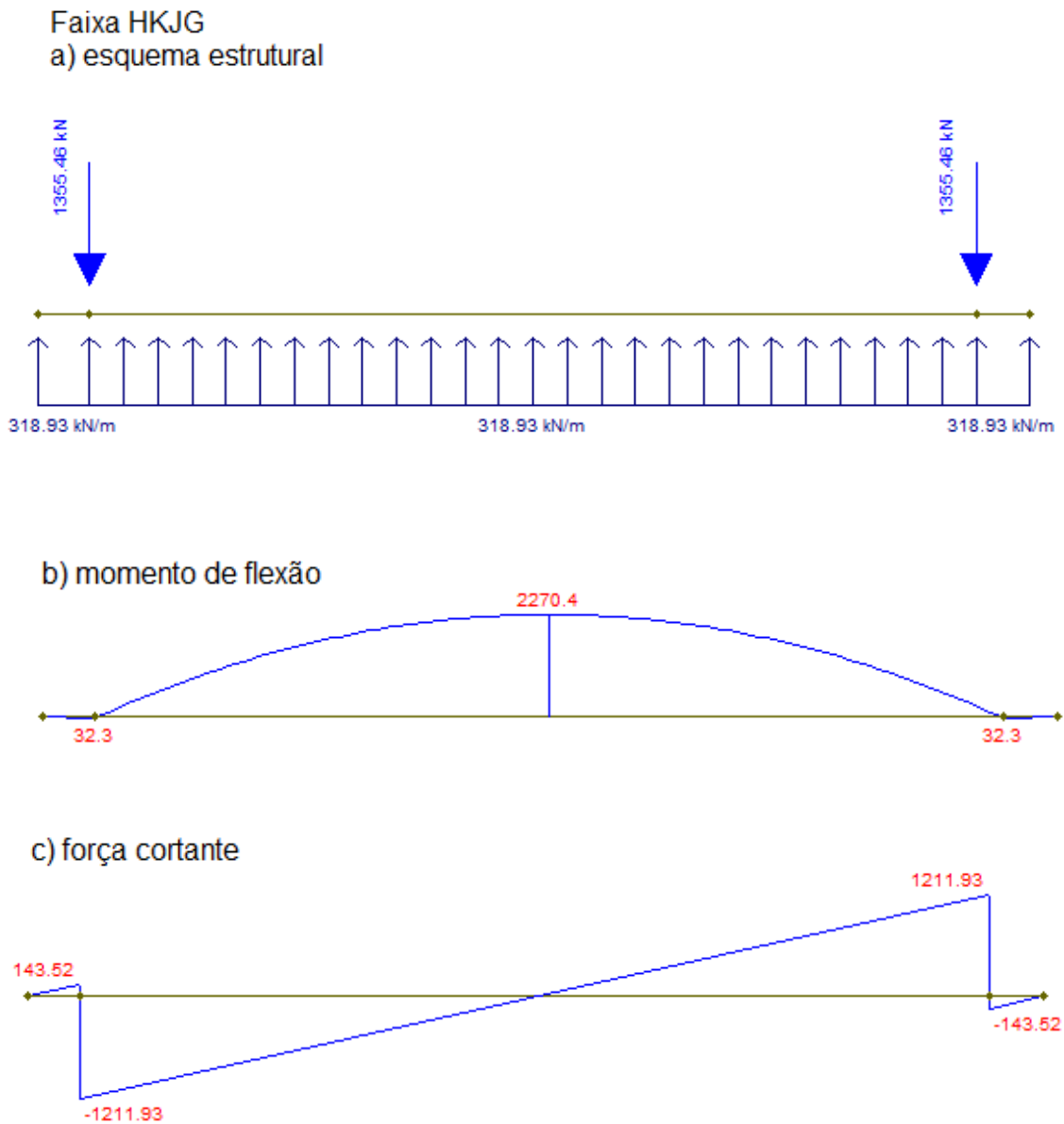


Figura 0.9: Faixa HKLG, a) esquema estrutural, b) diagramas do momento de flexão, c) força cortante.

Na direção transversal observa-se que o momento de flexão traciona as fibras superiores entre os pilares, similar a direção longitudinal.

Nessa etapa o radier é dimensionado à flexão e à punção, em seguida as armaduras são detalhadas. Não é objetivo desse trabalho mostrar o detalhamento das armaduras.

## 5.2.2 Valores teóricos do módulo de reação e estimativa dos recalques.

As Tabelas 5.9 e 5.10 apresentam a estimativa dos recalques  $w$ , na extremidade das faixas e nos pontos centrais, respectivamente. Os valores desses

recalques foram calculados segundo a expressão (0.5), que estima o recalque para uma viga sobre o solo, resolvida segundo um método estático, VELLOSO e LOPES (2014). O módulo de reação do solo ( $kN/m^3$ ) usado na estimativa dos recalques foi calculado pela expressão (3.25). Os parâmetros do solo adotados são apresentados nas Tabelas 5.1 e 5.2.

Tabela 0.9: Recalque imediato ( $y$ ) nas extremidades das faixas.

FAIXA	Ponto	w (m)
ALMJ	U	0,033
	V	0,040
LBKM	X	0,034
	Z	0,039
ABDC	Q	0,027
	R	0,030
CDHG	E	0,042
	F	0,035
HPJG	S	0,028
	T	0,028

Tabela 0.10: Recalque imediato ( $y$ ) no centro das faixas.

FAIXA	Ponto	w (m)
ALMJ	U1	0,033
	U2	0,035
	U3	0,035
LBKM	X1	0,032
	X2	0,034
	X3	0,035

$$w = \frac{2R}{\kappa \cdot B \cdot L} \left[ -3 \left( 1 - 2 \frac{a}{L} \right) \frac{x}{L} + \left( 2 - 3 \frac{a}{L} \right) \right] \quad (0.5)$$

Onde

$B, L$  = largura e comprimento da faixa respectivamente;

$R$  = resultante das cargas aplicadas na faixa;

$\kappa$  = módulo de reação do solo;

$a$  = coordenada da resultante;

$x$  = coordenada do ponto onde o recalque é calculado.

Os valores para o módulo de reação apresentados na Tabela 0.11 correspondem aos calculados segundo as expressões (3.25) e (3.32), PERLOFF (1975), *apud* VELLOSO e LOPES (2014) e VÉSIC(1961) *apud* TSUDIK (2006), respectivamente. Reescrevendo-se as expressões:  $\kappa_v = \frac{E_s}{1-\nu^2} \frac{1}{I_s} \frac{1}{B}$  e

$$\kappa_v = 0,65^{12} \sqrt{\frac{E_s B^4}{EI}} \frac{E_s}{1-\nu^2} \frac{1}{B}.$$

Tabela 0.11: Valores teóricos para o módulo de reação do solo ( $\kappa$ ).

FAIXA	PERLOFF (kN/m3)	VÉSIC (kN/m3)
ALMJ	2257,48	2501,29
LBKM	2257,48	2501,29
ABDC	3073,41	2803,73
CDHG	1981,43	1840,01
HPJG	3073,41	2803,73

O recalque máximo de 42 mm ocorre na faixa transversal central, na borda do radier.

### 5.3 MODELO II – ANÁLISE DO RADIER DO MODELO I NO PROGRAMA PLAXIS 3D PELO MEF

O modelo II é uma análise computacional no programa Plaxis 3D do radier analisado por um método simplificado no item 0.

Os parâmetros do solo foram adotados segundo as correlações propostas por TEIXEIRA e GODOY (1996) mostrados na Tabela 5.1 e as características do concreto segundo a NBR 6118:2014.

O modelo adotado para o solo é o de Mohr-Coulomb que requer os principais parâmetros: módulo de deformabilidade, coesão, ângulo de atrito e coeficiente de Poisson.

O programa permite incrementar o módulo de deformabilidade em função da profundidade, contudo para o modelo de Mohr-Coulomb o módulo de deformabilidade é considerado constante.

O módulo oedométrico  $E_{oed}$ , e o módulo de resistência ao cisalhamento  $G$ , são calculados internamente pelo programa por meio das expressões:

$$E_{oed} = \frac{(1-\nu)E_s}{(1-2\nu)(1+\nu)} \quad (0.6)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (0.7)$$

Onde

$E_s$  = módulo de deformabilidade do solo;

$\nu$  = coeficiente de Poisson do solo.

As Figuras 5.10 e 5.11 apresentam os principais parâmetros para o solo.

The screenshot shows the 'Soil - Mohr-Coulomb - CLAY' dialog box in Plaxis. It is divided into several sections: 'Material set', 'General properties', and 'Advanced'. The 'Material set' section includes fields for Identification (CLAY), Material model (Mohr-Coulomb), Drainage type (Drained), Colour (RGB 161, 226, 232), and Comments. The 'General properties' section shows unsaturated unit weight ( $\gamma_{unsat}$ ) as 17.00 kN/m<sup>3</sup> and saturated unit weight ( $\gamma_{sat}$ ) as 19.00 kN/m<sup>3</sup>. The 'Advanced' section is expanded to show 'Void ratio' parameters: Dilatancy cut-off (unchecked),  $e_{init}$  (0.5000),  $e_{min}$  (0.000), and  $e_{max}$  (999.0).

Property	Unit	Value
<b>Material set</b>		
Identification		CLAY
Material model		Mohr-Coulomb
Drainage type		Drained
Colour		RGB 161, 226, 232
Comments		
<b>General properties</b>		
$\gamma_{unsat}$	kN/m <sup>3</sup>	17.00
$\gamma_{sat}$	kN/m <sup>3</sup>	19.00
<b>Advanced</b>		
<b>Void ratio</b>		
Dilatancy cut-off		<input type="checkbox"/>
$e_{init}$		0.5000
$e_{min}$		0.000
$e_{max}$		999.0

Figura 0.10: Parâmetros de entrada para o *software Plaxis* – tipo do solo.

Property	Unit	Value
<b>Stiffness</b>		
$E'$	$\text{kN/m}^2$	14.00E3
$\nu'$ (nu)		0.2000
<b>Alternatives</b>		
G	$\text{kN/m}^2$	5833
$E_{\text{oed}}$	$\text{kN/m}^2$	15.56E3
<b>Strength</b>		
$c'_{\text{ref}}$	$\text{kN/m}^2$	60.00
$\phi'$ (phi)	°	30.00
$\psi$ (psi)	°	0.000
<b>Advanced</b>		
Set to default values		<input checked="" type="checkbox"/>
<b>Stiffness</b>		
$E'_{\text{inc}}$	$\text{kN/m}^2/\text{m}$	0.000

Figura 0.11: Parâmetros de entrada para o *software Plaxis* – coesão, ângulo de atrito, coeficiente de Poisson, módulo de deformabilidade.

Para o cálculo das tensões iniciais não foi considerado sobreadensamento da argila, assim os parâmetros que consideram o incremento das tensões laterais não foram alterados, usando-se os valores definidos pelo programa, conforme mostrado na Figura 5.12.

Property	Unit	Value
<b>K0 settings</b>		
$K_0$ determination		Automatic
$K_{0,x} = K_{0,y}$		<input checked="" type="checkbox"/>
$K_{0,x}$		0.5000
$K_{0,y}$		0.5000

Figura 0.12: Parâmetros de entrada – parâmetros para tensões laterais iniciais.

A Figura 5.13 mostra o perfil do solo e a posição do nível d'água adotado.

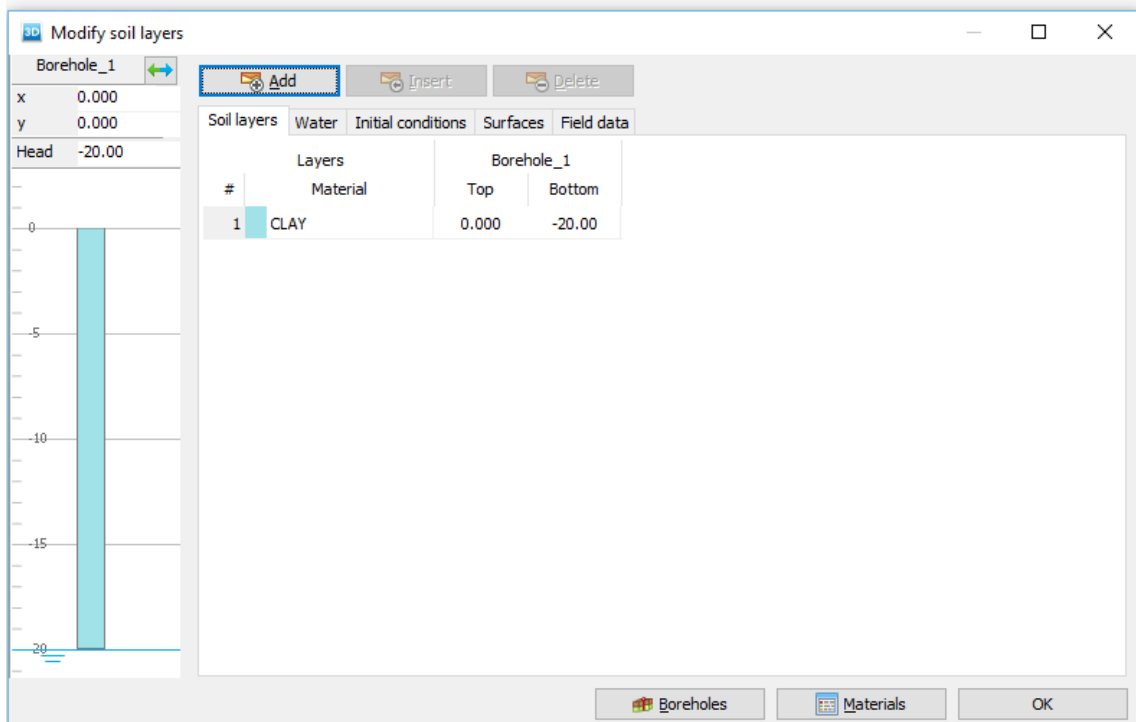


Figura 0.13: Perfil do solo.

As Figuras 5.14 e 5.15 apresentam a convenção de eixos para os elementos finitos e a orientação dos eixos locais.

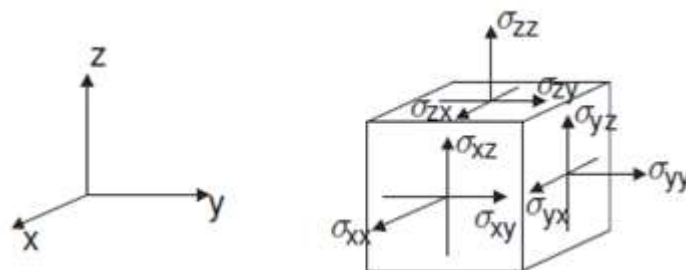


Figura 0.14: Convenção de eixos para o elemento finito gerado pelo PLAXIS.

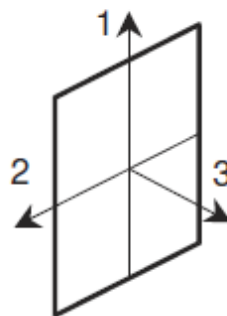


Figura 0.15: Eixos locais do elemento finito.



A Figura 5.16 apresenta a geometria do radier, o maciço do solo e as cargas aplicadas. A malha que simula os elementos de solo é composta de elementos tetraédricos de dez nós, enquanto que a malha dos elementos de placa são elementos triangulares com seis nós, compatíveis com os elementos de volume que representam o solo.

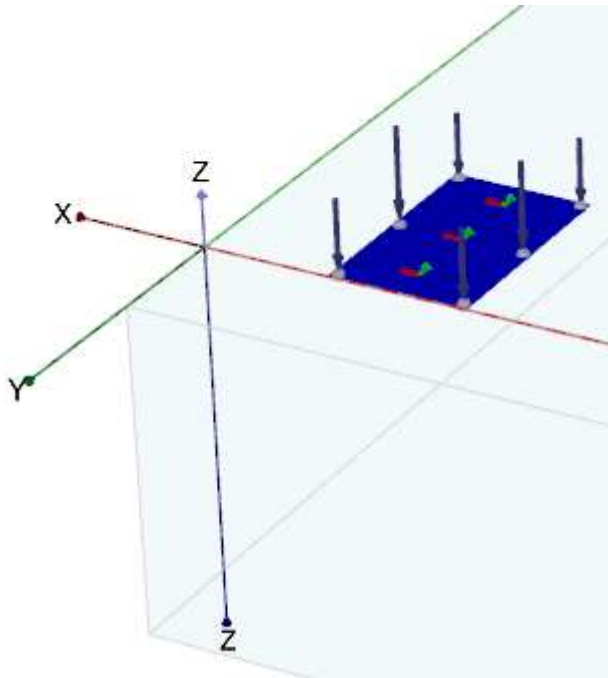


Figura 0.16: Geometria do radier e do maciço do solo.

A Figura 5.17 mostra a geometria o radier deformado. As malhas de elementos que representam o solo e a placa, foram geradas com e sem refinamento. O resultado apresentado é o da malha com refinamento, que converge para o valor máximo de 46 mm para o deslocamento.

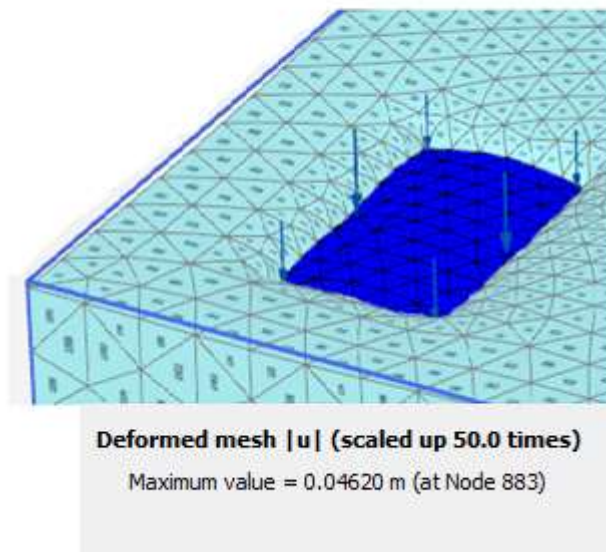


Figura 0.17: Radier deformado  $|U_z|$ .

A Figura 5.18 mostra a distribuição dos deslocamentos  $u_z$ , o máximo deslocamento é de 46 mm.

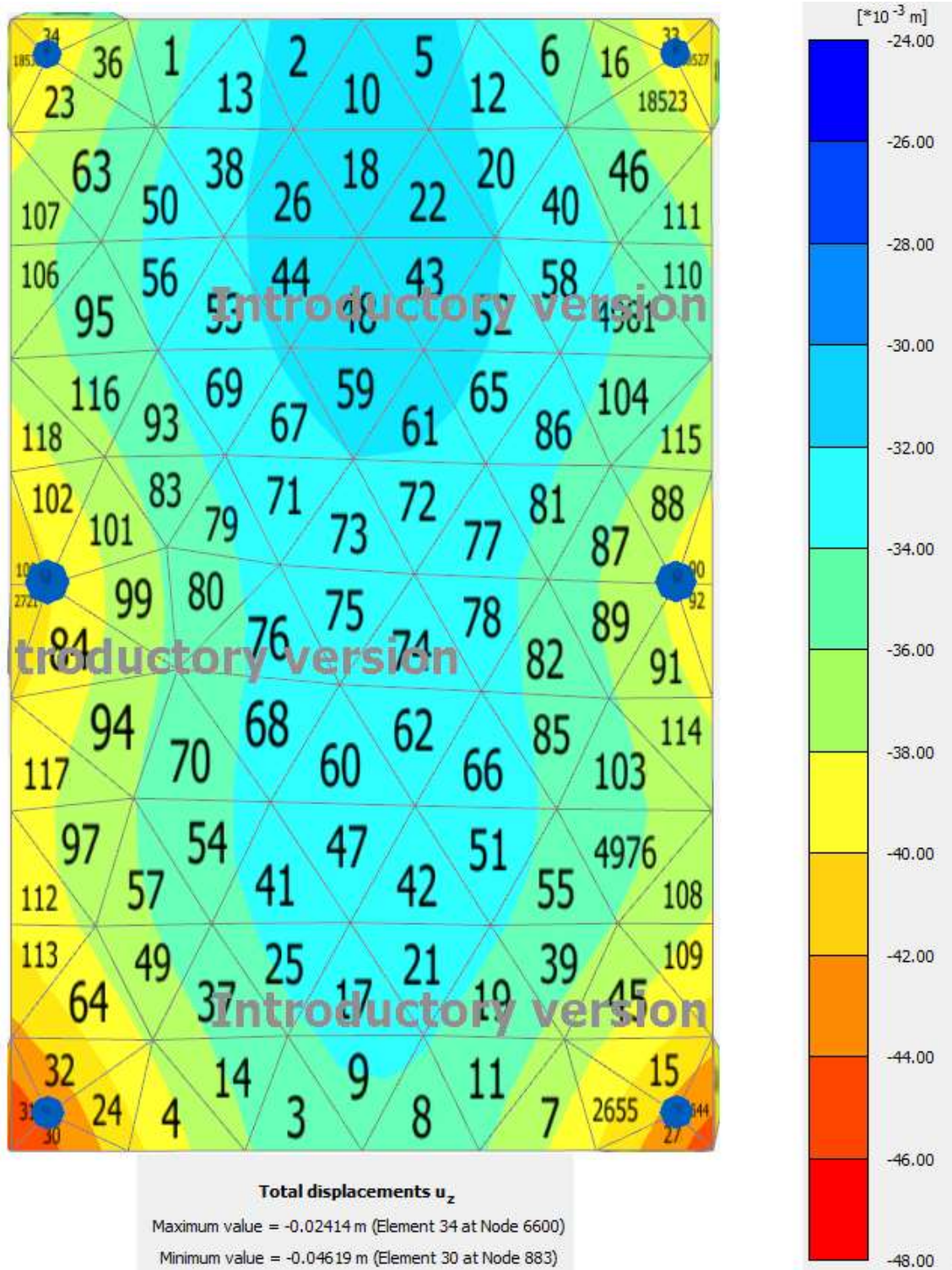


Figura 0.18: Deformação  $U_z$ .

A Figura 5.19 apresenta as pressões de compressão  $\sigma_{zz}$  sob o radier. Observa-se uma concentração de tensões próximas às bordas onde as cargas estão aplicadas.

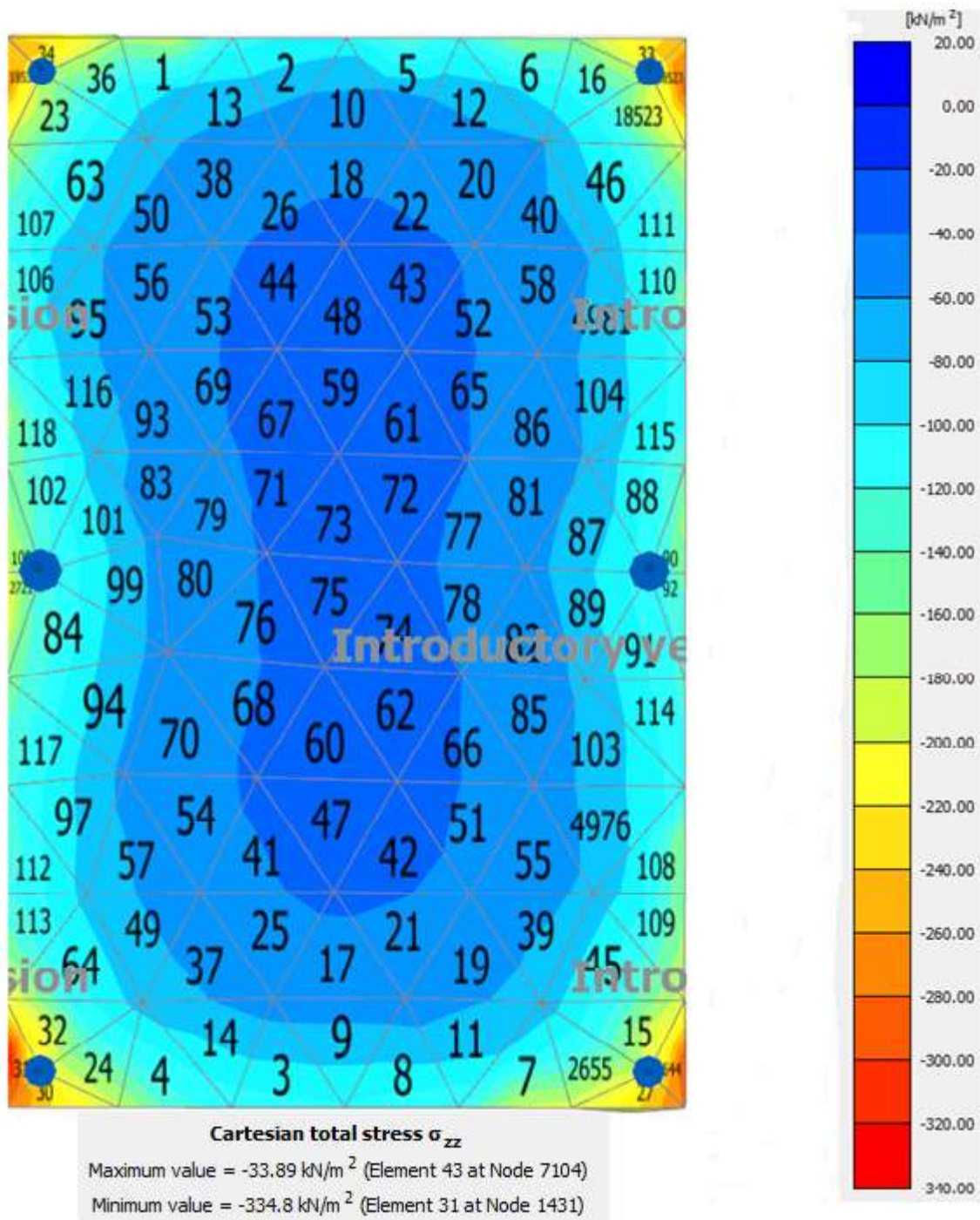


Figura 0.19: Tensão  $\sigma_{zz}$  na área do radier ( $Z=0$ ).

Os resultados apresentados nas Tabelas A.1 e A.2 do Anexo A, representam os deslocamentos  $u_z$ , e a tensões  $\sigma_{zz}$ , sob o radier. Os elementos escolhidos contêm os pontos mostrados na Figura 5.2 e na Tabela 5.4.

A Tabela 0.12 mostra o resumo desses resultados, destacando as tensões  $\sigma_{zz}$  e deformações  $u_{zz}$  nas coordenadas dos pontos da Figura 5.2. Optou-se em se



analisar os valores do módulo de reação do solo nos pontos internos do radier, onde a distribuição de tensões é mais uniforme.

Tabela 0.12: Tensão  $\sigma_{zz}$  e deslocamento  $u_{zz}$  nos pontos da Figura 5.2.

Elemento de solo	Ponto	Tensão $\sigma_{zz}$ (kN/m <sup>2</sup> )	Deslocamento $u_{zz}$ (m)
El. 01	U	158,10	0,030
El. 04	V	118,70	0,037
El. 06	X	146,00	0,034
El. 07	Z	166,60	0,037
El. 19	X3	55,35	0,035
El. 20	X1	51,30	0,032
El. 31	G	284,80	0,043
El. 33	B	252,90	0,039
El. 34	A	248,40	0,024
El. 37	U3	55,71	0,035
El. 38	U1	51,05	0,033
El. 78	X2	46,62	0,034
El. 80	U2	47,90	0,035
El. 90	F	149,20	0,039
El. 100	E	185,60	0,042
El. 107	Q	142,71	0,038
El. 109	T	168,10	0,039
El. 111	R	148,20	0,037
El. 113	S	152,00	0,041
El. 2644	H	238,50	0,045

O módulo de reação do solo não é fornecido como resultado direto do programa, esse valor é calculado em função dos resultados para as tensões e deformações que são gerados a partir dos parâmetros do solo fornecidos como dados de entrada no programa, conforme mostrado nas Figuras 5.10 à 5.13. O módulo de reação foi calculado de acordo com a expressão (3.24), baseada na teoria da elasticidade.

Os valores calculados por meio das expressões de PERLOFF (1975) *apud*, VELLOSO e LOPES (2014) e VÉSIC (1961) *apud* TSUDIK (2006), são constantes para toda a placa, o valor resultante por meio da expressão de VÉSIC(1961) é maior que o da expressão de PERLOFF (1975). Porém, como esse valor é influenciado pela largura da placa, obtêm-se valores menores que no modelo I.

A Tabela 0.13 apresenta os valores para o módulo de reação do solo calculados a partir dos resultados do programa *PLAXIS* e dos valores teóricos calculados pelas expressões (3.25) e (3.32).

Tabela 0.13: Variação do módulo de reação no interior do radier.

POSIÇÃO	PLAXIS k (kN/m <sup>3</sup> )	PERLOFF (kN/m <sup>3</sup> )	VÉSIC (kN/m <sup>3</sup> )	PERLOFF DIFERENÇA %	VÉSIC DIFERENÇA %
U1-EL.38	1547,00	1454,00	1558,00	6,01	0,71
U2-EL.80	1368,00	1454,00	1558,00	6,29	12,20
U3-EL.37	1591,00	1454,00	1558,00	8,61	2,12
X1-EL.20	1603,00	1454,00	1558,00	9,30	2,89
X2-EL.78	1371,00	1454,00	1558,00	5,71	12,00
X3-EL.19	1581,00	1454,00	1558,00	8,03	1,48

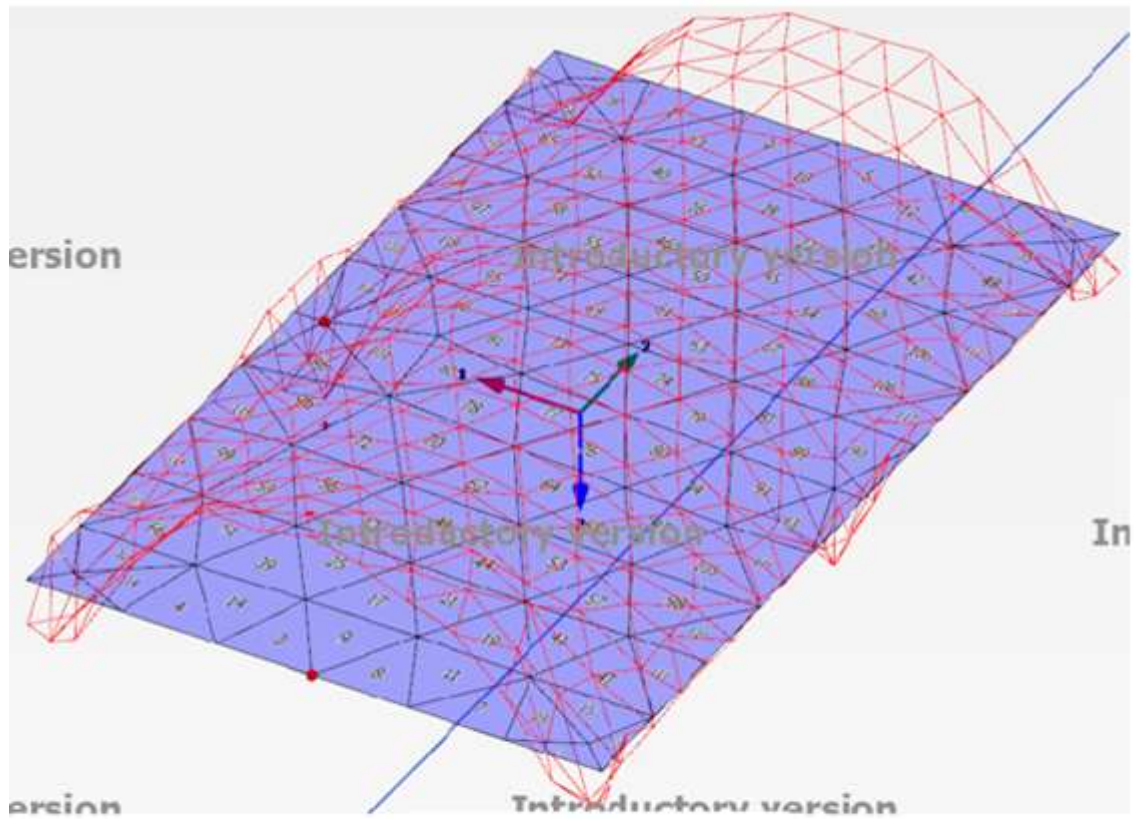
Observa-se que a diferença entre os valores obtidos para o módulo de reação do solo, a partir do modelo II e as expressões teóricas é no máximo de 12,2%. Esse resultado foi obtido a partir da expressão de VÉSIC (1961) *apud* TSUDIJK (2006). Porém, essa expressão também resulta na menor diferença entre o modelo II e as expressões teóricas. O menor valor é de 0,71%.

A Tabela 5.14 mostra os valores dos deslocamentos e a diferença entre os valores resultantes da análise pelo MEF e para a viga resolvida por um modelo estático. Observa-se uma compatibilidade entre os valores desses deslocamentos, sendo a máxima diferença 9,10% entre os deslocamentos do modelo I e modelo II. Observa-se que nos pontos internos do radier, U1, U2, U3, X1, X2 e X3 o deslocamento é igual em ambos os modelos. O deslocamento máximo está localizado nas bordas do radier nos dois modelos. O modelo I apresenta 42 mm para o máximo deslocamento e o modelo II 46 mm.

Tabela 0.14: Deslocamentos nos modelos I e II.

POSIÇÃO	$u_z$ PLAXIS (m)	w Modelo I (m)	DIFERENÇA %
U	0,030	0,033	9,10
U1	0,033	0,033	0,00
U2	0,035	0,035	0,00
U3	0,035	0,035	0,00
V	0,037	0,040	7,50
X	0,034	0,034	0,00
X1	0,032	0,032	0,00
X2	0,034	0,034	0,00
X3	0,035	0,035	0,00
Z	0,037	0,039	5,13

O modelo baseado no MEF apresenta valores menos conservadores para os momentos de flexão quando comparados com o modelo simplificado. A Figura 5.20 mostra a distribuição dos momentos, sob os pilares as fibras inferiores são tracionadas e entre os pilares a tração ocorre nas fibras superiores. A Figura 5.21 mostra a placa deformada, observa-se que a curvatura está compatível com a distribuição dos momentos.



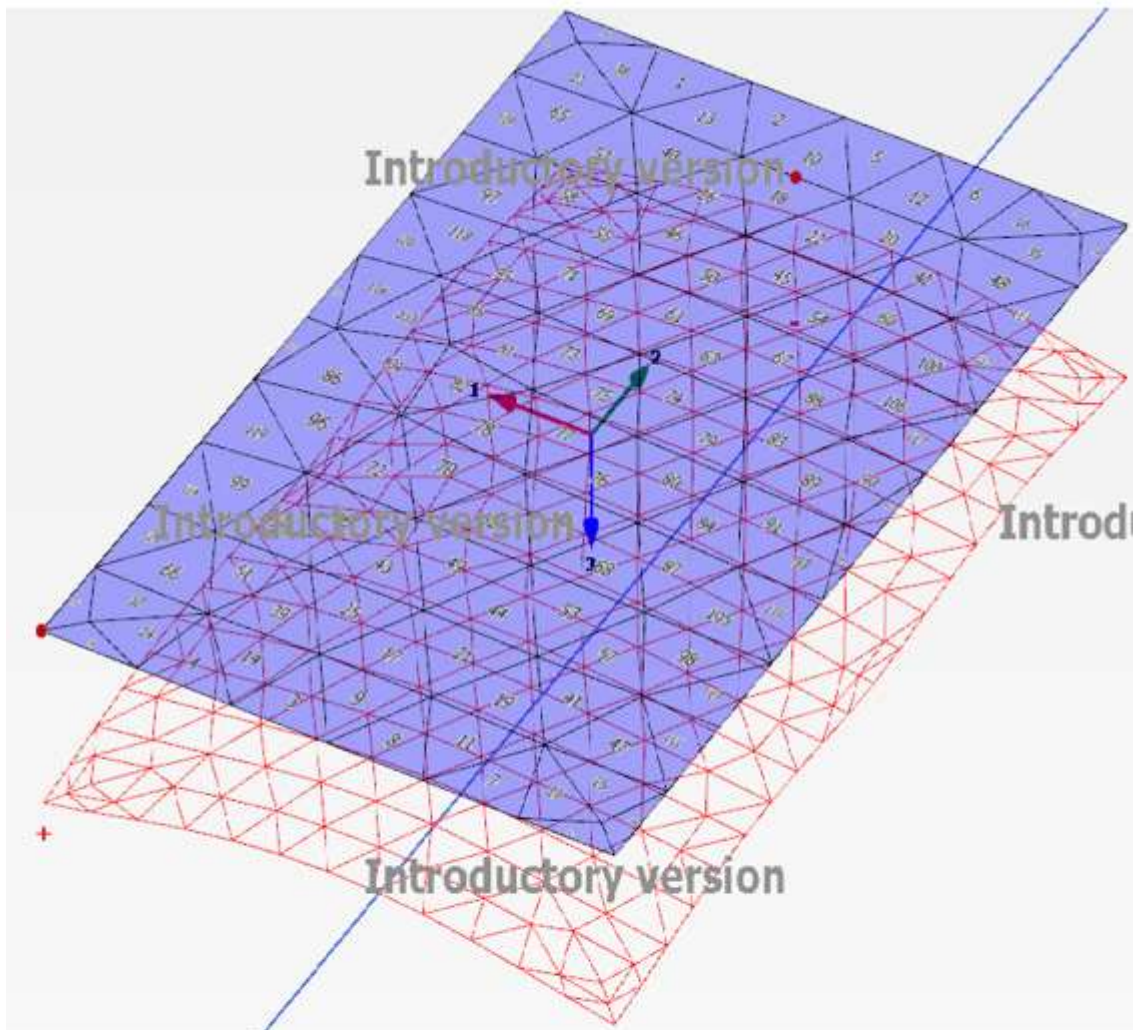
**Bending moments  $M_{11}$  (scaled up  $5.00 \cdot 10^{-3}$  times)**

Maximum value = 244.3 kNm/m (Element 102 at Node 3096)

Minimum value = -430.3 kNm/m (Element 8 at Node 2279)

Figura 0.20: Momento de flexão longitudinal  $M_{11}$ .





**Local total displacements  $u_3$  (scaled up 50.0 times)**

Maximum value = 0.04619 m (Element 31 at Node 883)

Minimum value = 0.03099 m (Element 10 at Node 10476)

Figura 0.21: Placa deformada.

#### 5.4 MODELO III – RADIER PROTENDIDO DE ESPESSURA CONSTANTE IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL NO *ADAPT BUILDER 2015*

O modelo apresentado na Figura 5.22 é um radier protendido analisado por meio do programa *Adapt Builder 2015*.

O radier tem a mesma geometria e carregamentos do radier do modelo II, com espessura constante de 0,40 m. Os elementos estruturais foram gerados automaticamente a partir do arquivo dwg de arquitetura. A área em torno da laje simula o solo onde foram aplicadas as molas. O objetivo do contorno do solo ser

maior que área do radier é para evitar uma concentração de tensões no solo próximo nas bordas do radier.

O radier está assente sobre uma camada de argila cujo módulo de reação foi estimado em  $0,05 \text{ N/mm}^3$  de acordo com a Tabela 3.8 (MORAES,1976),  $f'_c=30 \text{ MPa}$  (consideração sobre diferença entre  $f'_c$  e  $f_{ck}$ , ver Anexo C).

Outros parâmetros implementados estão descritos no Anexo B.

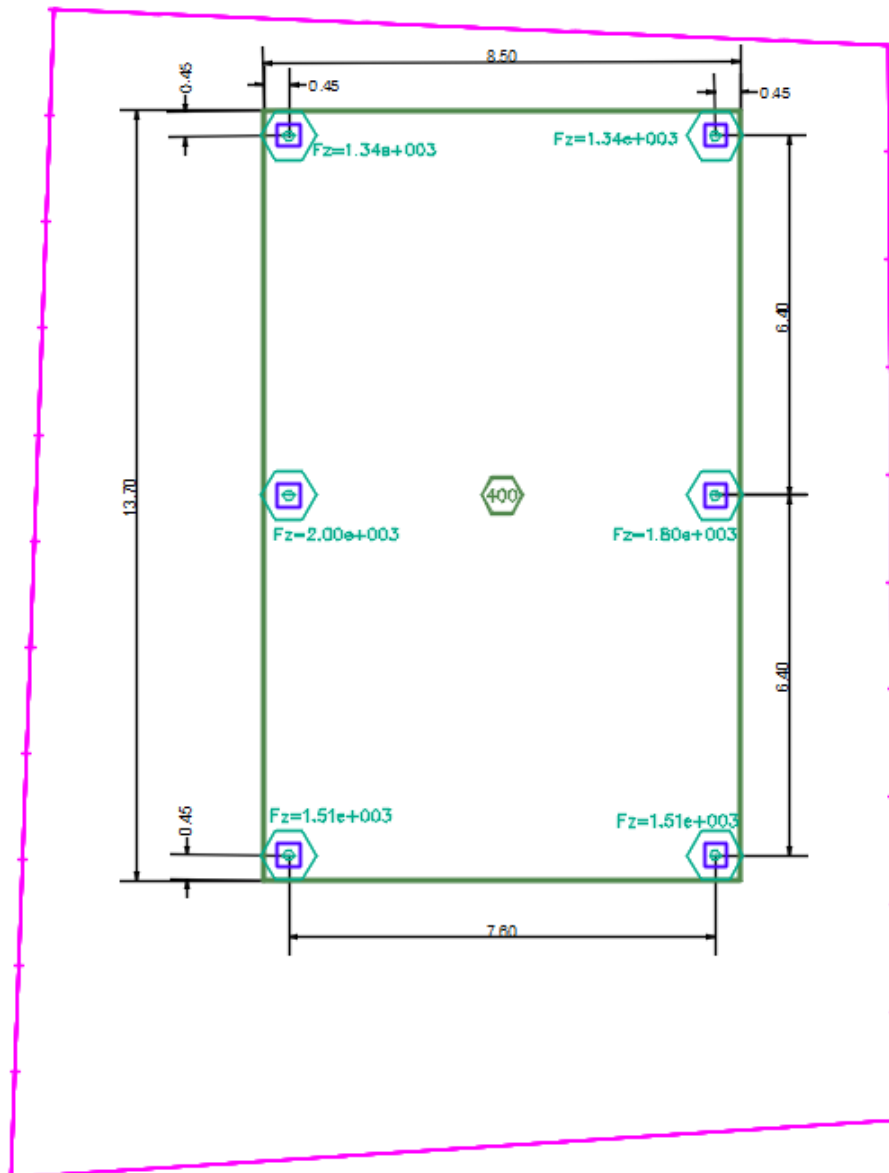


Figura 0.22: Geometria do radier protendido de altura constante, 13,7m X 8,5 m X 0,4 m.

A malha de elementos da Figura 5.23 é gerada automaticamente pelo programa a partir da definição da geometria do radier, essa figura mostra uma malha de 1237 elementos.

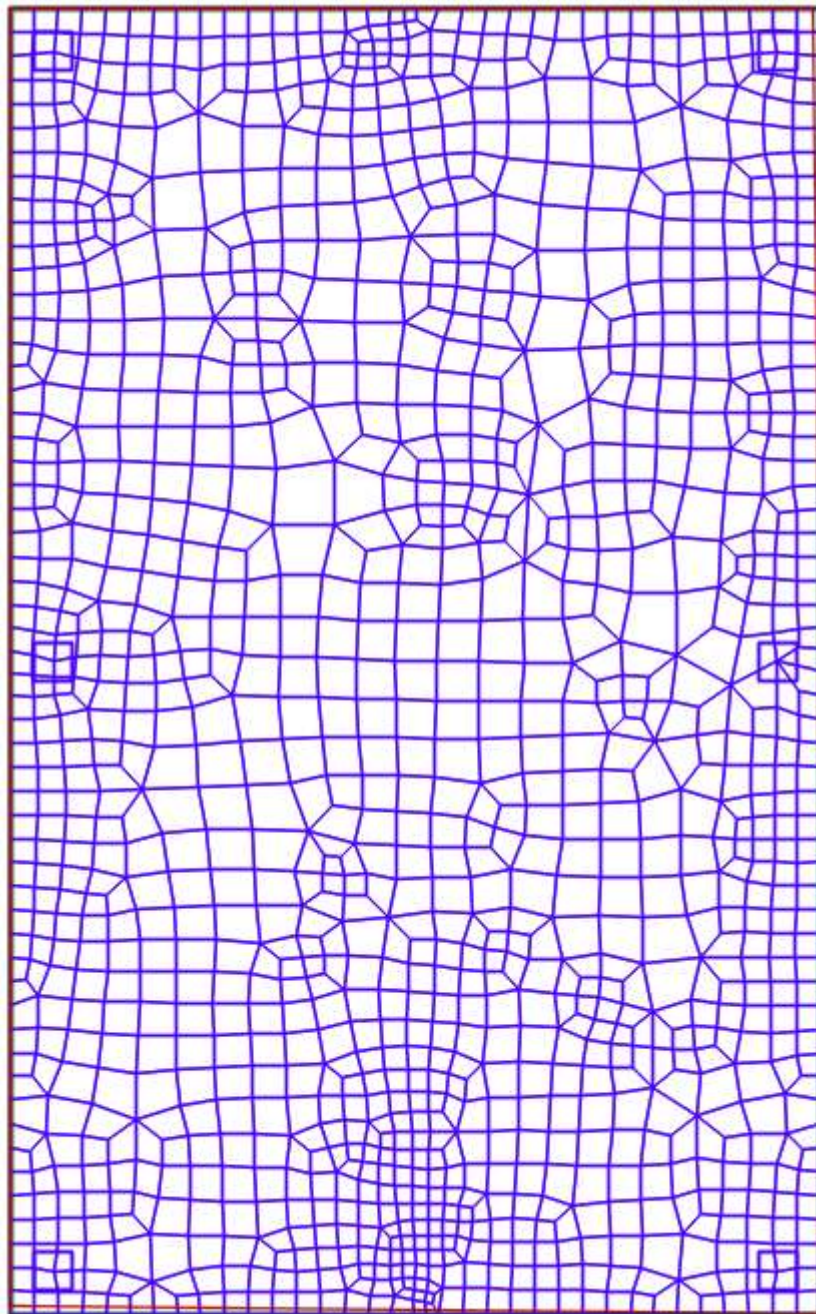


Figura 0.23: Malha de elementos finitos.

A Figura 5.24 mostra em perspectiva a distribuição das cordoalhas. Essas foram colocadas paralelas às *support lines* nas direções X e Y, com distância média entre elas de 0,20 m e perfil reto. Na faixa transversal central tem-se paralelas à direção Y cordoalhas de 3,51 m de comprimento e perfil parábola invertida espaçadas em 0,20 m. Foram testadas outras distribuições das cordoalhas, contudo, essas deixavam de atender requisitos do ACI 318/2011. A distribuição apresentada atendeu aos requisitos do código citado.



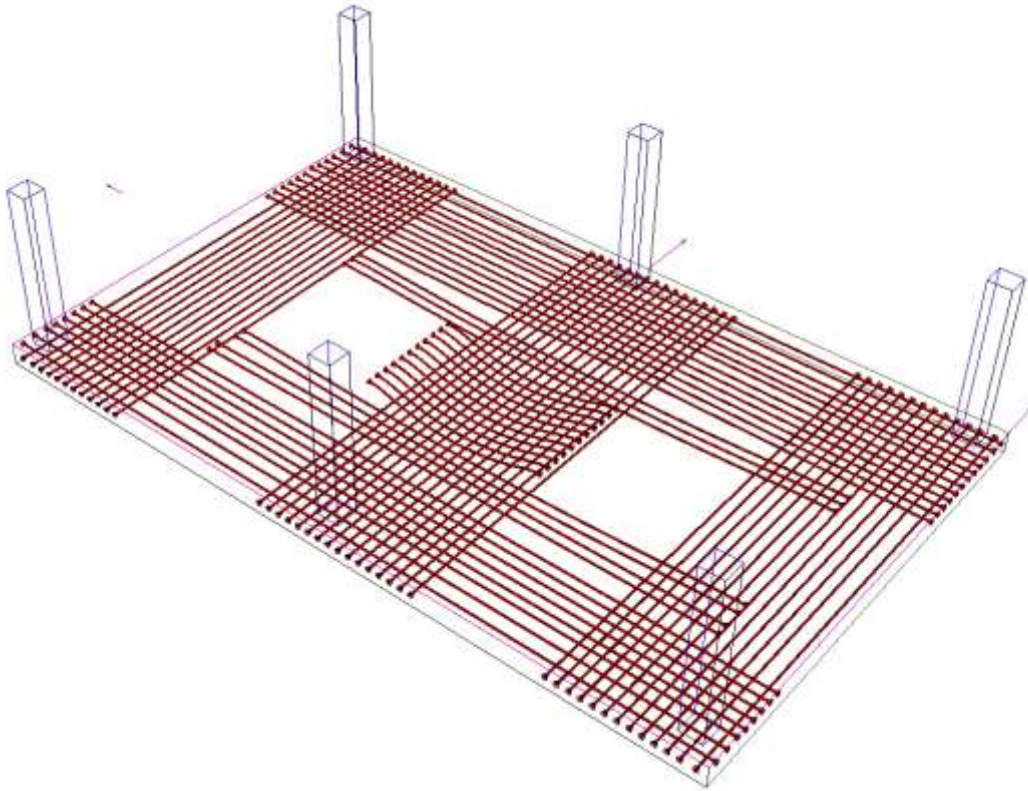


Figura 0.24: Distribuição das cordoalhas.

A Figura 5.25 mostra a locação dos cabos. Os cabos têm o perfil reto tanto na direção paralela ao eixo X quanto na direção paralela ao eixo Y, espaçados em 0,20m. Onde indicado os cabos tem o perfil de parábola invertida com 3,51 m de comprimento.

A malha de cabos é composta por 79 cordoalhas sem aderência de  $\varnothing$  12,7 mm.

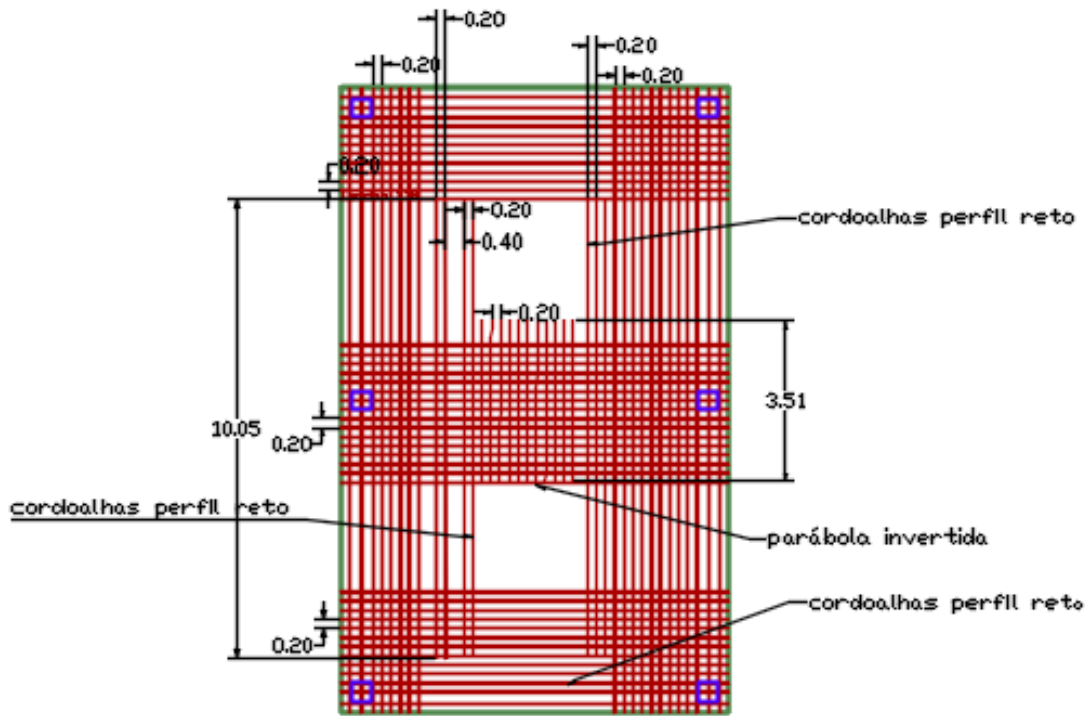


Figura 0.25: Localização das cordoalhas – planta.

A Figura 5.26 mostra o perfil das cordoalhas na direção paralela ao eixo X. Foi escolhido o perfil reto, com cobertura de 0,20 m.

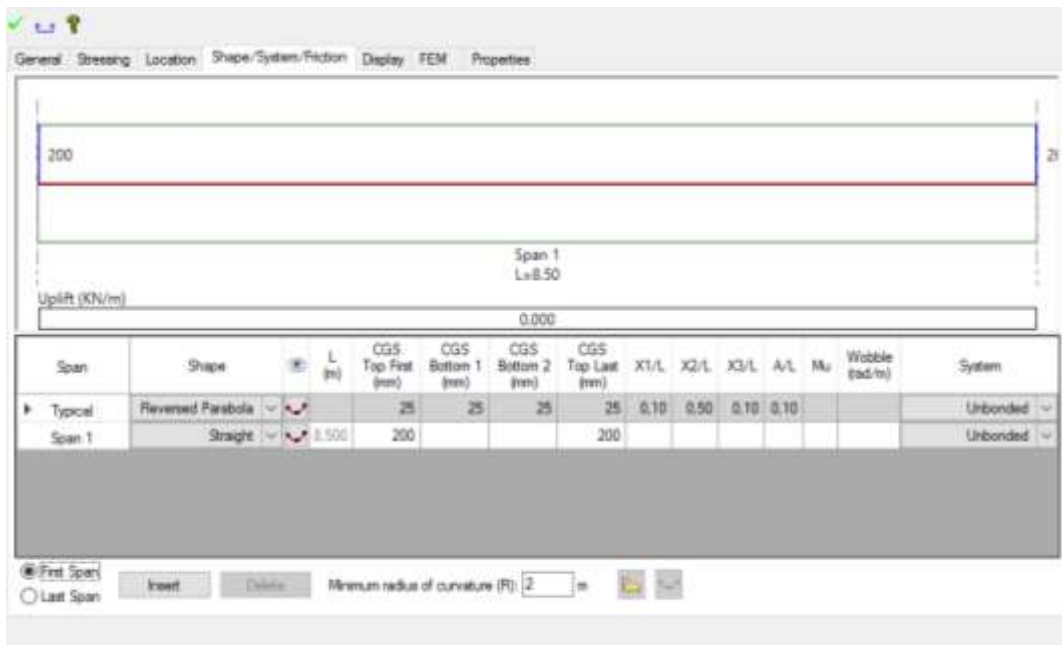


Figura 0.26: Perfil das cordoalhas paralelas ao eixo X.

Na Figura 5.27 é mostrado o perfil das cordoalhas paralelas ao eixo Y. Perfil reto com cobertura de 0,10 m de cobertura. Esse cobertura foi escolhido depois das análises, visto que com o cobertura de 0,20 m os requisitos de resistência e tensões máximas do ACI 318/2011 não eram atendidos. Também foram testadas

cordoalhas com o perfil em parábola reversa, porém, os resultados não foram satisfatórios comparados ao código ACI 318/2011.

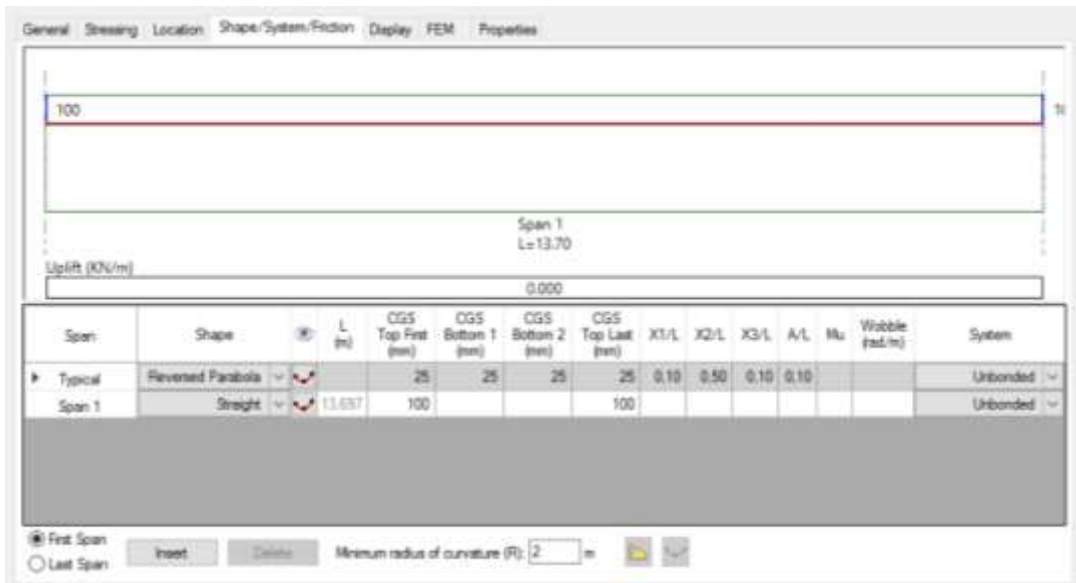


Figura 0.27: Perfil das cordoalhas paralelas ao eixo Y.

A Figura 5.28 mostra as cordoalhas com perfil de parábola invertida e comprimento 3,51 m.

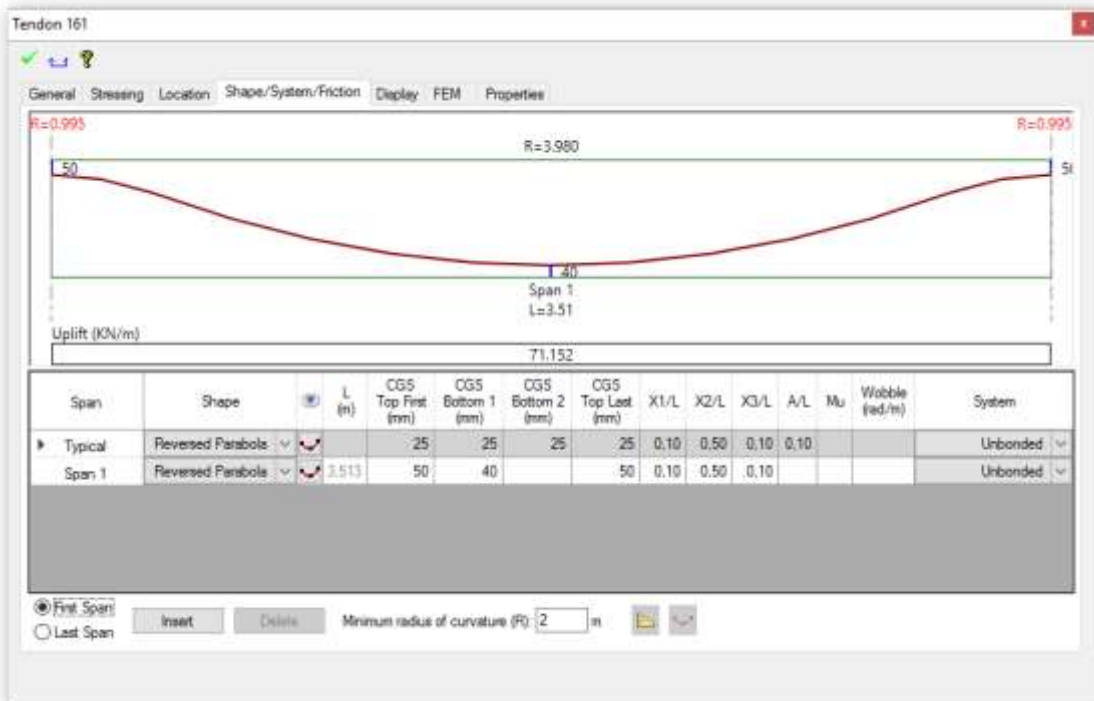


Figura 0.28: Perfil das cordoalhas paralelas ao eixo Y, entre os pilares P3 e P4.

Foram aplicadas no modelo cargas semelhantes as aplicadas no modelo II. Os pilares  $P_1$  e  $P_2$  tem cargas de 1335 kN e 1370 kN respectivamente. No pilar  $P_3$  é aplicada uma carga de 2002 kN e no pilar  $P_4$  a carga aplicada é de 1880 kN. Os pilares  $P_5$  e  $P_6$  tem a mesma carga de 1513 kN. Foram aplicadas no modelo como cargas permanentes. Os parâmetros de dimensionamento e verificação adotados são os do ACI 318/2011. O motivo é que a versão do Adapt Builder 2015 não contempla a NBR 6118:2014, a norma brasileira está disponível apenas na versão 2016. O mesmo critério foi adotado na montagem das combinações de carga. Os resultados apresentados são os da combinação *Service total load* ou da envoltória. A Figura 5.29 apresenta as combinações de carregamentos.

Combinations (5)

Label	Analysis/Design option	Load Combination	Hypersta...	Selfweight	Dead lo...	Live lo...	Prestressi...
Service(Total Load)	SERVICE TOTAL LOAD	Self + Dead + Live + Pres		1	1	1	1
Service(Sustained Load)	SERVICE SUSTAINED LOAD	Self + Dead + 0.3 x Live + Pres		1	1	0.3	1
Strength(Dead and Live)	STRENGTH	Hype + 1.2 x Self + 1.2 x Dead + 1.6 x Live	1	1.2	1.2	1.6	
Strength(Dead Load Only)	STRENGTH	Hype + 1.4 x Self + 1.4 x Dead	1	1.4	1.4		
Initial	INITIAL	Self + 1.15 x Pres		1			1.15

Figura 0.29: Combinações de carregamentos.

A Figura 5.30 apresenta os resultados dos deslocamentos verticais resultantes da atuação das cargas no modelo para a combinação *Service Total Load*.

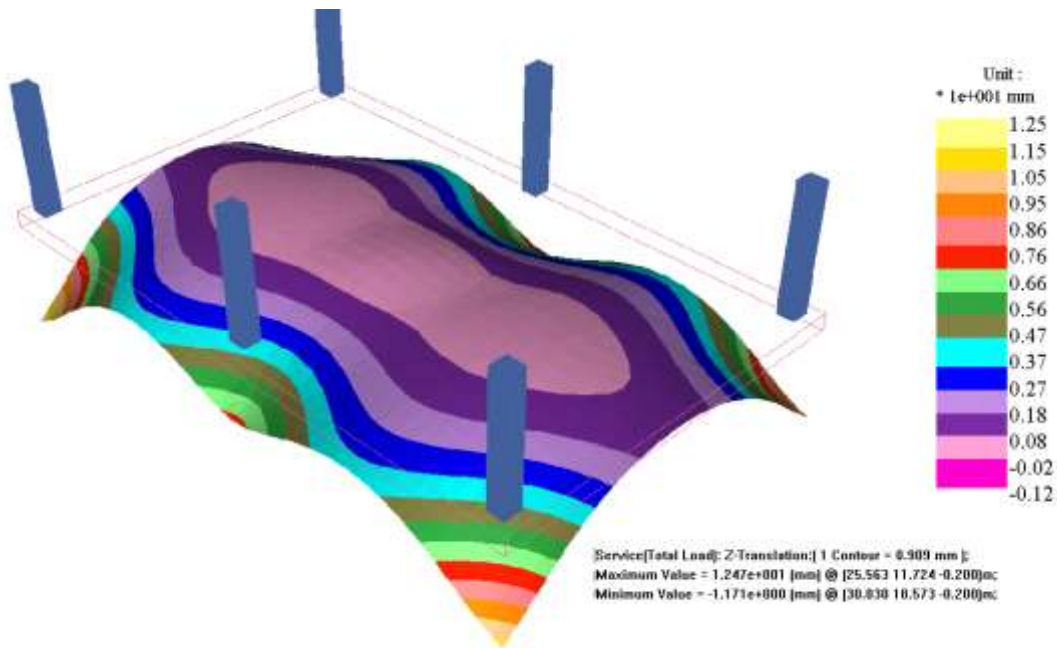


Figura 0.30: Estrutura deformada, *service total load*.

Observa-se na Figura 5.30 que os maiores deslocamentos estão localizados nas bordas, sendo o deslocamento máximo de 12,50 mm. Os deslocamentos são apresentados pelo programa em relação aos eixos locais do elemento de placa, assim o sentido positivo é para baixo. As bordas do radier se deslocam para baixo.

Para análise dos diferentes aspectos da estrutura, após a introdução dos parâmetros de geometria, cargas e criação da malha de elementos finitos, é necessário criar as linhas de suporte (AALAMI, 2014). Essas linhas, preferencialmente perpendiculares entre si, definem o caminho do carregamento e as áreas de influência das cargas, as linhas são denominadas no software de *support lines* e as áreas de influência de *tributary area*. As linhas de suporte são definidas pelo usuário, enquanto as áreas de influência são geradas automaticamente a partir das linhas de suporte. Também são geradas automaticamente seções perpendiculares ao longo das linhas de suporte em quantidade pré-definida pelo usuário, no caso do modelo III tem-se 12 seções. Nessas seções pré-definidas são calculados os valores das solicitações para dimensionamento. As Figuras 5.31 e 5.32 e apresentam as linhas de suporte e as áreas de influência das mesmas.



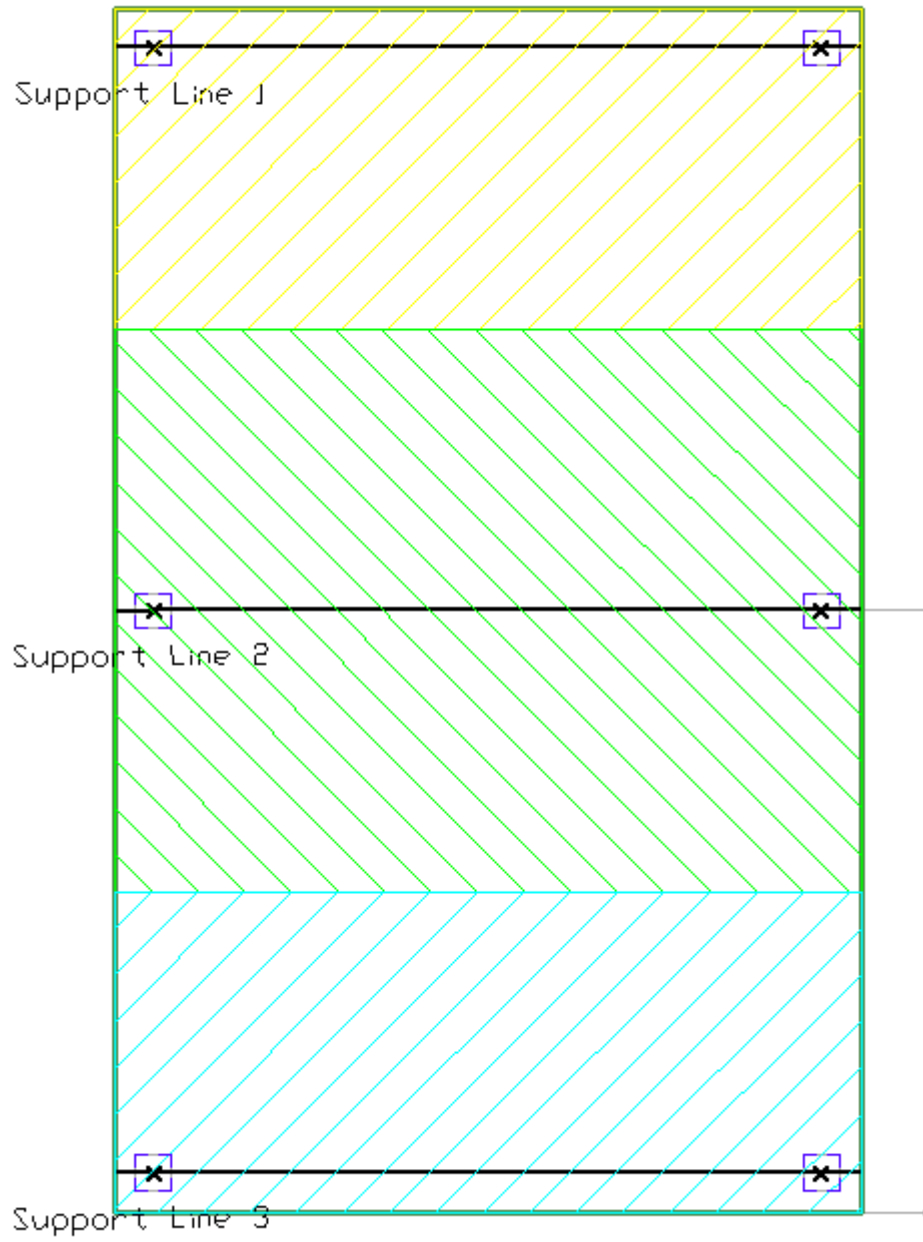


Figura 0.31: Suport Lines e tributary area, direção X.

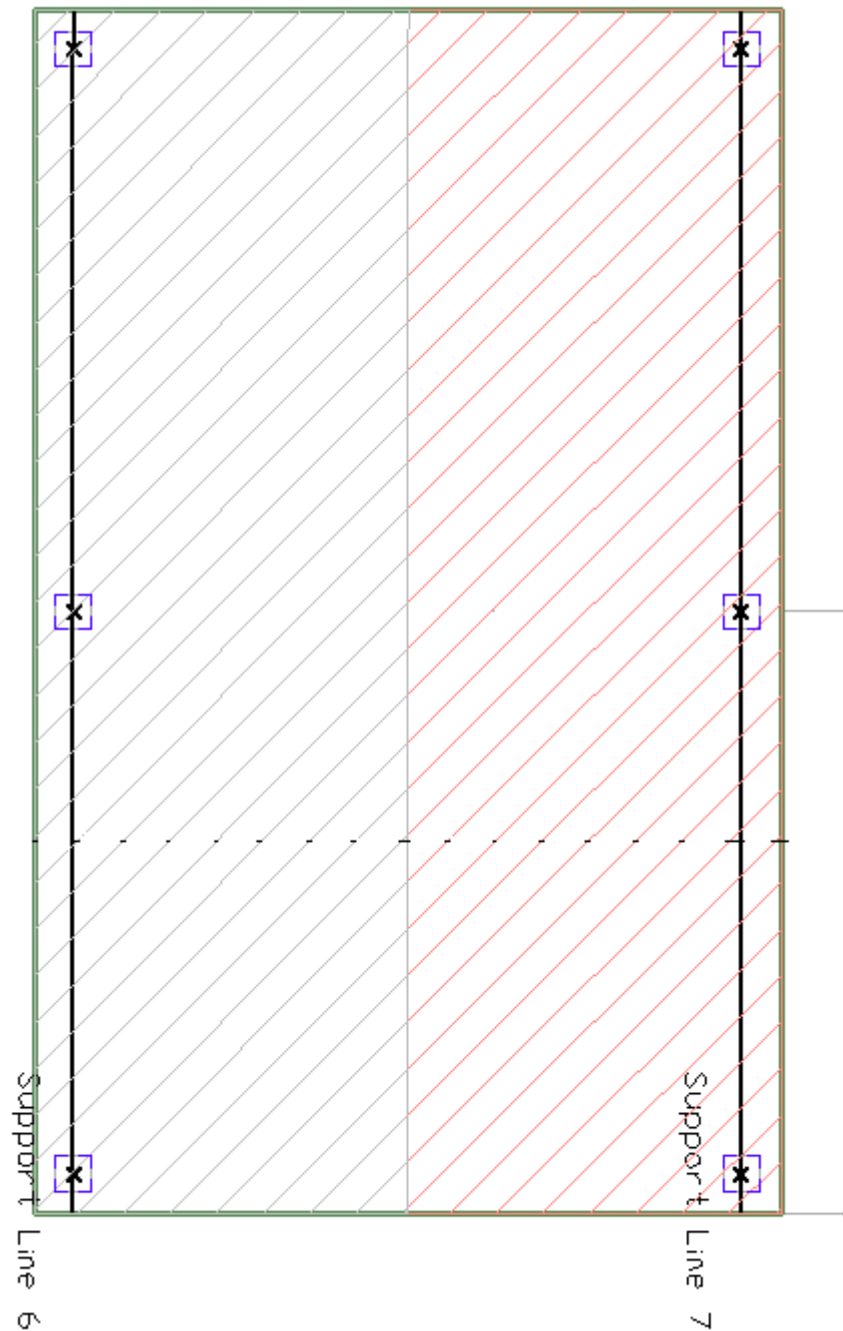


Figura 0.32: *Support lines e tributary area, direção Y.*

O deslocamento máximo admissível com base no ACI 318/2011 é  $L/360$  para esse tipo de estrutura, considerando-se sua funcionalidade. O desempenho da laje é satisfatório em toda a laje exceto nos trechos indicados na cor rosa. A Figura 5.33 mostra as curvas de deslocamento na direção X. Próximo às bordas a relação  $L/41$  corresponde a um deslocamento de 10,70 mm na direção X.

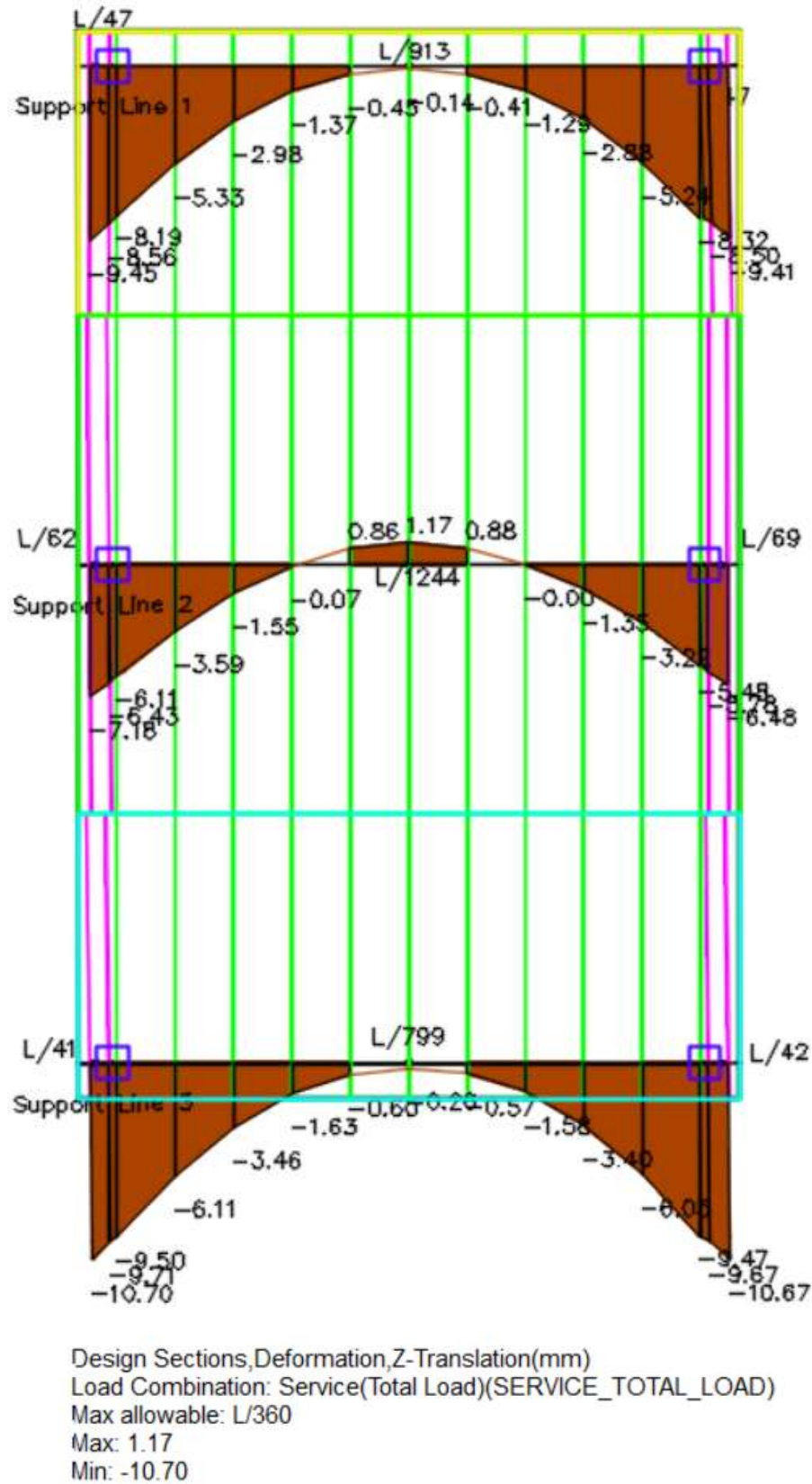
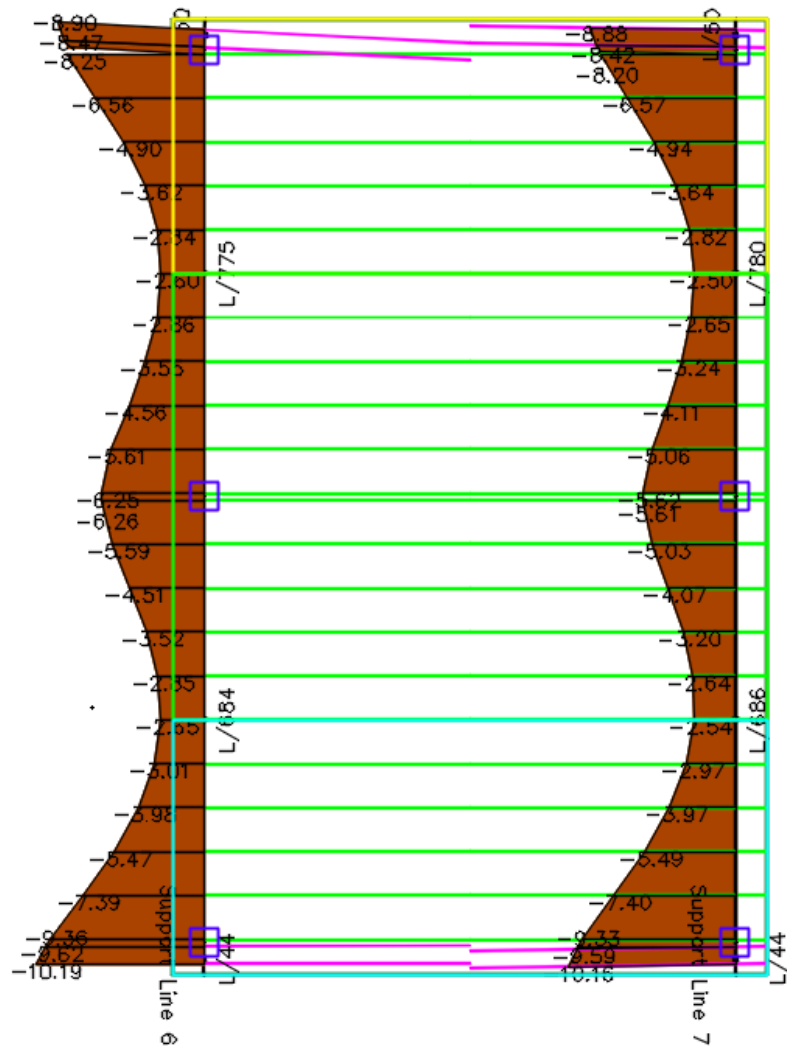


Figura 0.33: Deslocamentos nas *suport lines*, direção X.

Os deslocamentos nas *suport lines* na direção Y ilustrado na Figura 5.34, apresentam um comportamento similar, pois os maiores deslocamentos são

próximos à borda onde a seção de concreto está reduzida. O deslocamento é maior que o admissível nas extremidades das linhas de suporte verticais atingindo o máximo de  $L/44$ , ou 10,19 mm.

Para aumentar a rigidez da borda pode-se acrescer a espessura nessa região ou criar vigas nessas bordas. Outra opção é aumentar a extensão do radier nessa região.



Design Sections, Deformation, Z-Translation(mm)  
 Load Combination: Service(Total Load)(SERVICE\_TOTAL\_LOAD)  
 Max allowable:  $L/360$   
 Max: 1.17  
 Min: -10.70

Figura 0.34: Deslocamentos nas suport lines, direção Y.

Os critérios para análise e dimensionamento são os do ACI 318/2011. As tensões admissíveis são limitadas pelos fatores mostrados nas Figuras 5.35 e 5.36.

Design Code	Reinforcement Bar Lengths	Rebar Minimum Cover	Preferred Reinforcement Size and Material
Shear Design Options	Rebar Round Up	Analysis/Design Options	Tendon Height Defaults (FEM)
<b>Sustained load</b> Tension stresses as multiple of $f_c^{1/2}$ Top fiber: <input type="text" value="0.50"/> Bottom fiber: <input type="text" value="0.50"/> Compression stress as multiple of $f_c$ Extreme fiber: <input type="text" value="0.45"/>		<b>Total load</b> Tension stresses as multiple of $f_c^{1/2}$ Top fiber: <input type="text" value="0.50"/> Bottom fiber: <input type="text" value="0.50"/> Compression stress as multiple of $f_c$ Extreme fiber: <input type="text" value="0.60"/>	
<b>Initial condition (transfer)</b> Tension stresses as multiple of $f_{ci}^{1/2}$ Top fiber: <input type="text" value="0.25"/> Bottom fiber: <input type="text" value="0.25"/> Compression stress as multiple of $f_{ci}$ Extreme fiber: <input type="text" value="0.60"/>			

$f_{ci}$  = concrete cylinder strength on day of stressing

- If cube strength ( $f_{cu}$ ) is specified, program converts it internally to cylinder strength ( $f_c = 0.8f_{cu}$ )

$f_c$  = 28 day cylinder strength

For conventionally reinforced sections Envelope of rebar doesn't include area of rebar for cracking control if it is larger than 1.33 area of strength rebar. Area of rebar for cracking control is included in rebar diagrams for service condition.

Figura 0.35: Critérios de dimensionamento ACI 318/2011.

Shear Design Options	Rebar Round Up	Analysis/Design Options	Tendon Height Defaults (FEM)	Allowable Stresses
Design Code	Reinforcement Bar Lengths	Rebar Minimum Cover	Preferred Reinforcement Size and Material	
<b>Choose code</b> <input type="radio"/> ACI 1999 <input type="radio"/> Australian <input type="radio"/> Canadian 1994 <input type="radio"/> EC2 <input type="radio"/> ACI 2005/IBC 2006 <input type="radio"/> BS8110 <input type="radio"/> Canadian 2004 <input type="radio"/> Indian <input type="radio"/> ACI 2008/IBC 2009 <input type="radio"/> Hong Kong <input type="radio"/> Chinese <input type="button" value="Help"/> <input checked="" type="radio"/> ACI 2011/IBC 2012				
<b>Strength reduction factors</b> Bending (max value): <input type="text" value="0.90"/> Shear one-way: <input type="text" value="0.75"/>				

Figura 0.36: Critérios de dimensionamento ACI 318/2011, força cortante e momento de flexão.

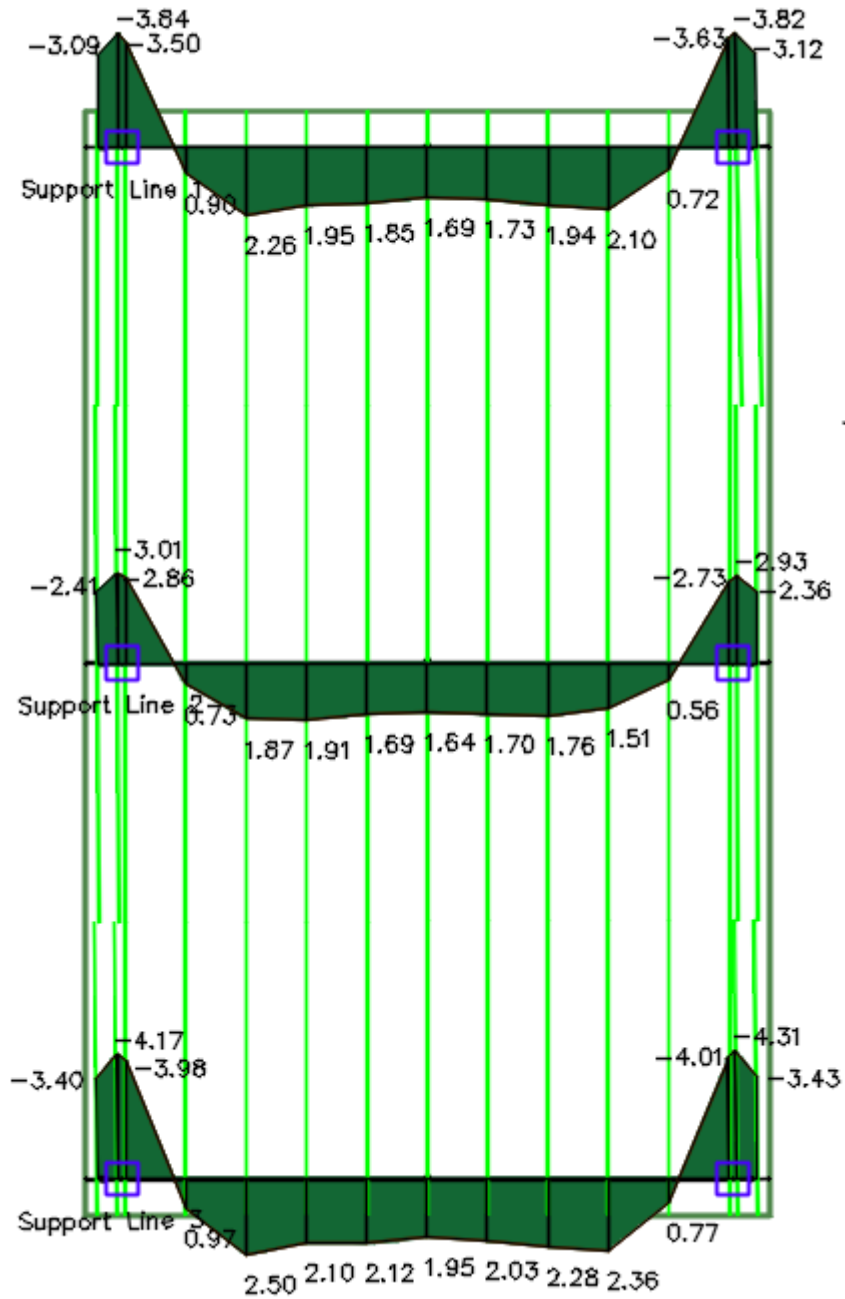
A tensão admissível de tração segundo esse critério é 2,74 MPa, e a de compressão assume os valores de 13,50 MPa para a combinação do ELS, sustained load, e 18 MPa para a combinação ELS total load. Os fatores de redução para o momento de flexão e a força cortante resistente da seção são, respectivamente 0,9 e 0,75.

As Figuras 5.37 à 5.40 apresentam a variação das tensões de tração e compressão ao longo das linhas de suporte nas seções pré-definidas. O programa faz as verificações e apresenta os resultados como *OK* ou *NG*. Os resultados satisfatórios têm as seções perpendiculares às linhas de suporte na cor verde, enquanto os não satisfatórios (*NG*) são apresentados em uma cor diferente. Para o modelo III os resultados são satisfatórios.

Para as fibras superiores tem-se tensões de compressão e tração nas direções X e Y. As tensões de compressão estão na região dos pilares, enquanto que as de tração estão entre os mesmos. As tensões máximas de tração e compressão ocorrem na direção Y. A tensão de tração máxima é  $2,56 \text{ N/mm}^2$  entre os pilares  $P_3$  e  $P_5$ . A máxima tensão de compressão é  $8,48 \text{ N/mm}^2$  na região do pilar  $P_3$ . As tensões não ultrapassam os limites recomendados pelo ACI 318/2011, assim a seção transversal do radier em relação às tensões é satisfatória.

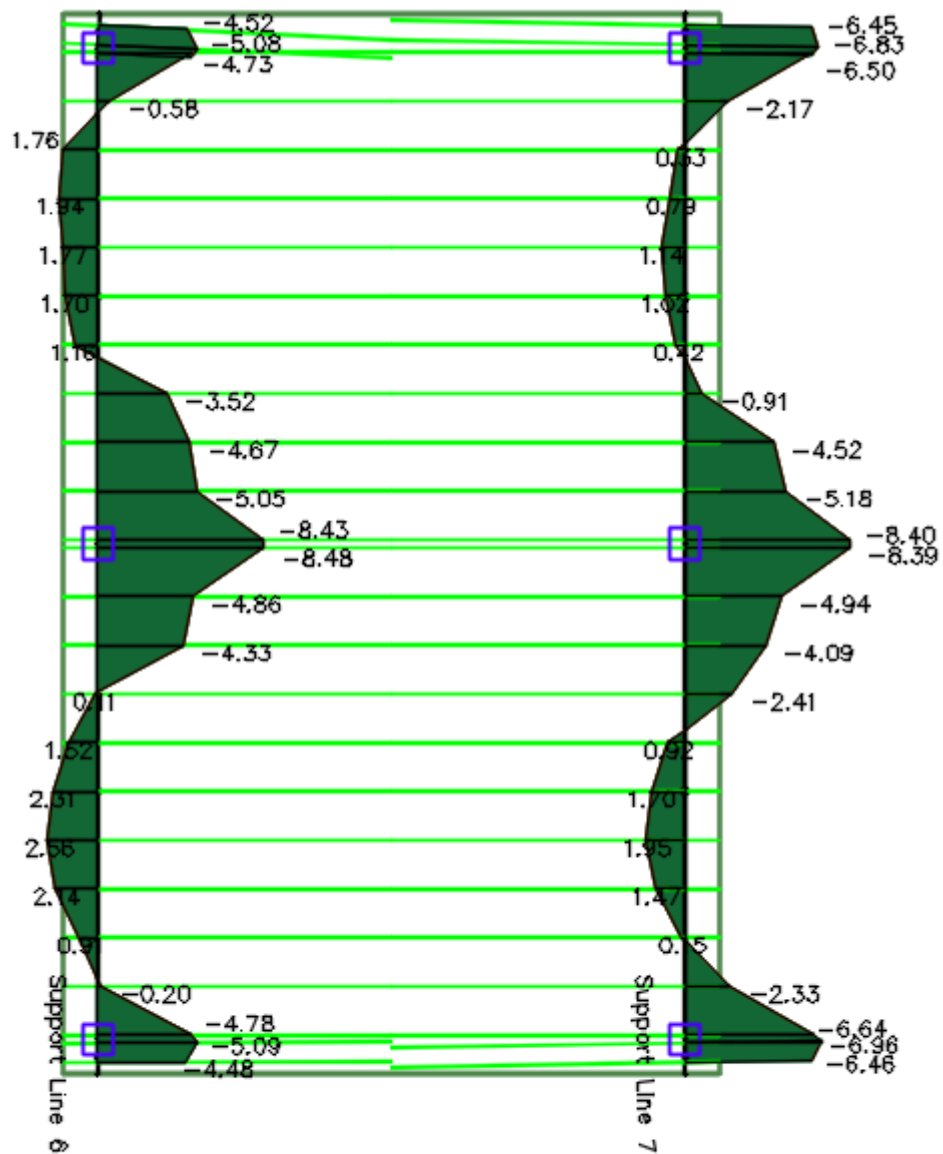
Quanto às fibras inferiores na direção X as tensões são de compressão com valor máximo de  $8,63 \text{ N/mm}^2$  entre os pilares  $P_5$  e  $P_6$ . A máxima tração ocorre na direção Y, no pilar  $P_6$ , o valor é  $1,96 \text{ N/mm}^2$ , a compressão máxima ocorre entre os pilares  $P_4$  e  $P_6$ , o valor é  $8,0 \text{ N/mm}^2$ .

Observa-se que as tensões atendem às recomendações do ACI 318/2011 tanto nas fibras superiores quanto nas inferiores.



Design Sections,Stresses,Top(N/mm<sup>2</sup>)  
 Load Combination: Service(Total Load)(SERVICE\_TOTAL\_LOAD)  
 Tensile stress positive  
 Max: 2.56  
 Min: -8.48

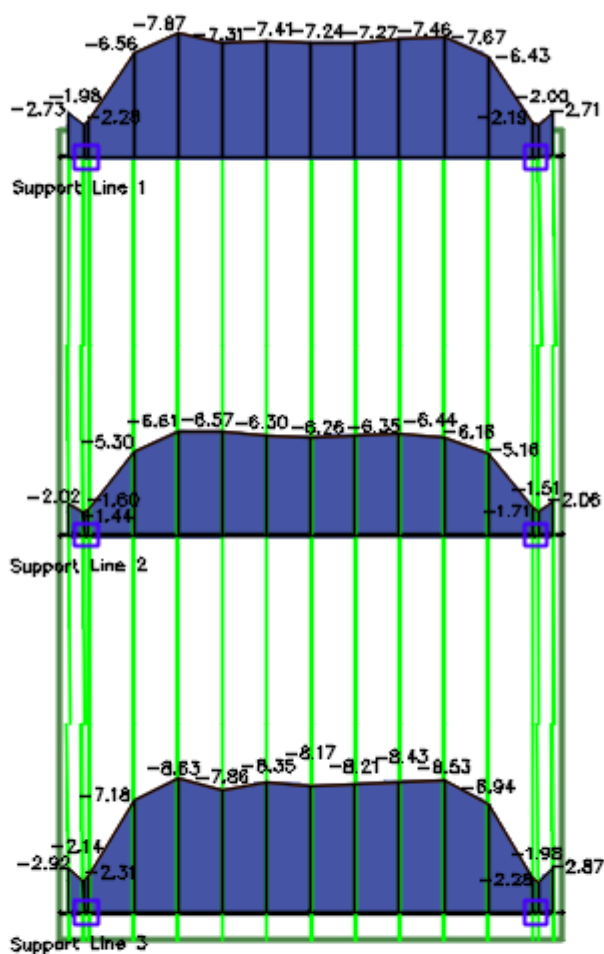
Figura 0.37: Tensões nas fibras superiores direção X.



Design Sections, Stresses, Top(N/mm<sup>2</sup>)  
 Load Combination: Service(Total Load)(SERVICE\_TOTAL\_LOAD)  
 Tensile stress positive  
 Max: 2.56  
 Min: -8.48

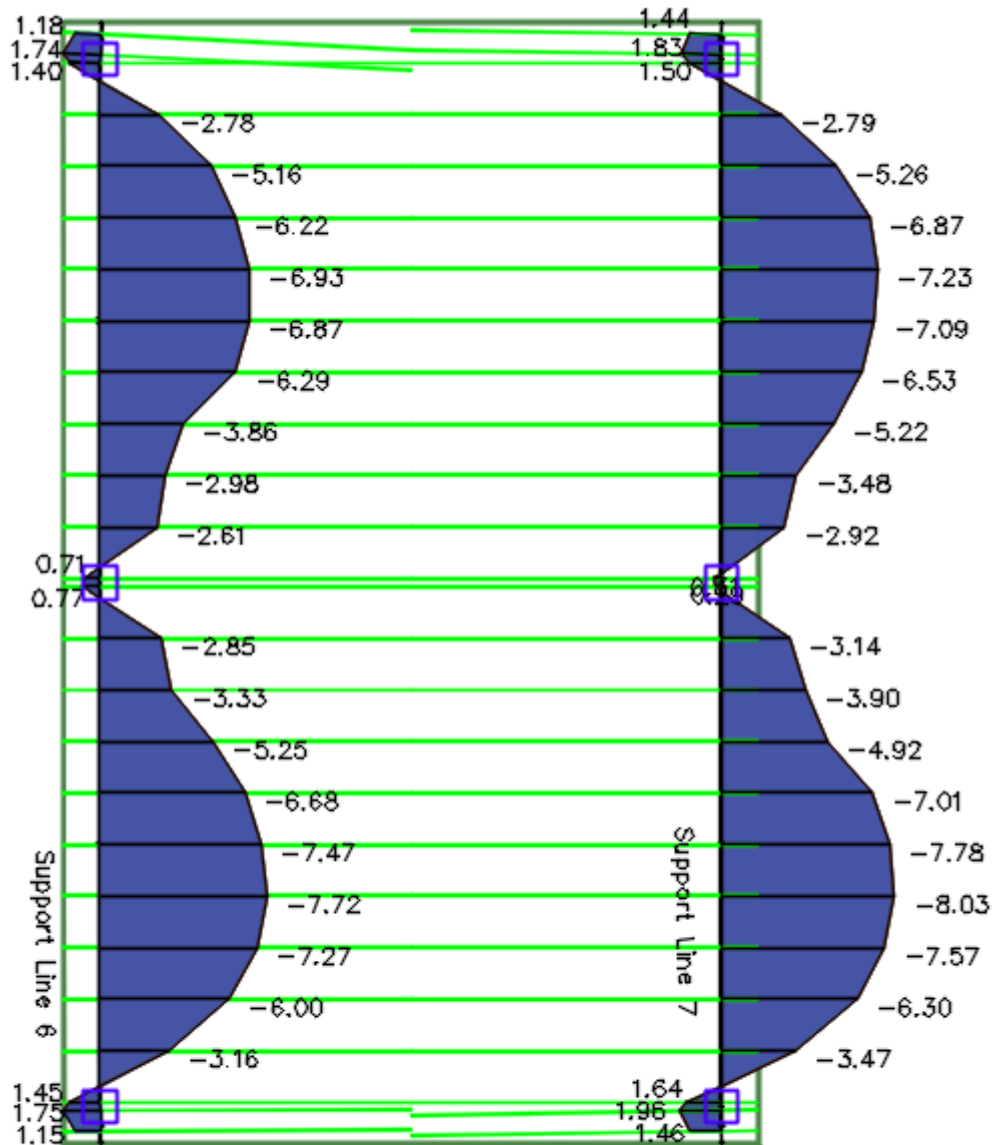
Figura 0.38: Tensões nas fibras superiores direção Y.





Design Sections, Stresses, Bottom (N/mm<sup>2</sup>)  
 Load Combination: Service (Total Load) (SERVICE\_TOTAL\_LOAD)  
 Tensile stress positive  
 Max: 1.96  
 Min: -8.63

Figura 0.39: Tensões nas fibras inferiores direção X.



Design Sections, Stresses, Bottom (N/mm<sup>2</sup>)  
 Load Combination: Service (Total Load) (SERVICE\_TOTAL\_LOAD)  
 Tensile stress positive  
 Max: 1.96  
 Min: -8.63

Figura 0.40: Tensões nas fibras inferiores direção Y.

O ACI 318/2011 prescreve uma armadura mínima na zona das fibras tracionadas conforme a expressão (0.8), onde  $N_c$  é a força que atua na seção transversal do concreto submetida às tensões de tração devido ao efeito combinado das cargas de serviço e da protensão efetiva e  $f_y$  não deve ultrapassar 420 MPa.

$$A_s = \frac{N_c}{0,5f_y} \quad (0.8)$$

Quando as tensões no concreto  $f_r$ , após todas as perdas da protensão, não ultrapassam o valor da expressão (0.9) essa armadura não é requerida.

$$f_r = 0,17\sqrt{f'_c} \quad (0.9)$$

onde  $f'_c$  é a resistência do corpo de prova aos 28 dias (consideração sobre a relação entre  $f'_c$  e  $f_{ck}$  ver anexo C).

A NBR 6118/2014 prescreve para lajes lisas ou cogumelo com armadura ativa não aderente, uma armadura passiva mínima. A armadura inferior mínima deve atender o requisito da expressão (0.10) e a armadura superior sobre os apoios a expressão (0.11).

$$\rho_s \geq \rho_{min} - 0,5\rho_p \geq 0,50\rho_{min} \quad (0.10)$$

$$A_s = 0,00075.h.l \quad (0.11)$$

onde

$$\rho_s = \frac{A_s}{b_w h} \text{ taxa geométrica de armadura aderente passiva;}$$

$$\rho_p = \frac{A_p}{b_w h} \text{ taxa geométrica de armadura de protensão;}$$

$$\rho_{min} = 0,15\% \text{ taxa geométrica mínima de armadura longitudinal de tração para } f_{ck} \leq 30 \text{ MPa;}$$

$$A_s = \text{área da seção transversal de armadura longitudinal de tração;}$$

$$A_p = \text{área da seção transversal de armadura longitudinal de protensão;}$$

$$b_w = \text{largura da seção transversal;}$$

$$h = \text{altura da seção transversal;}$$

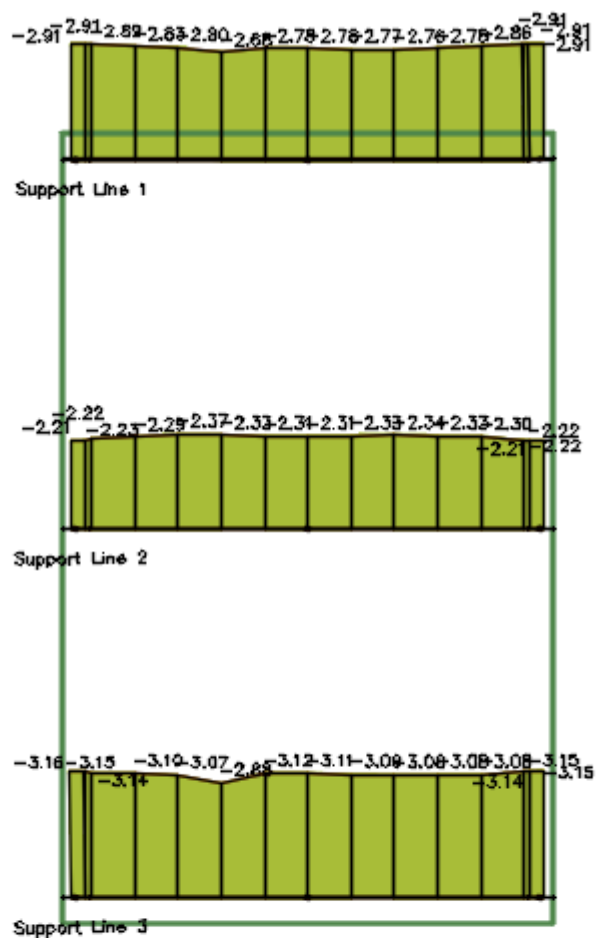
$$l = \text{vão médio da laje medido na direção da armadura a ser colocada.}$$

O ACI 318/2011 exige tensão de compressão média mínima de 0,9 MPa na seção transversal da laje, após considerar todas as perdas de protensão. O objetivo dessa tensão de compressão é garantir o desempenho da estrutura no ELS,

garantindo uma mínima quantidade de armadura nas regiões onde o ACI 318/2011 não a especifica. Outros códigos não têm restrição para a compressão média, esse requisito é cumprido por meio das taxas de armaduras totais ou do controle das fissuras. Em versões anteriores a 2014, não havia exigências quanto à tensão de compressão média na norma brasileira para estruturas de concreto. Porém, a NBR 6118:2014 prescreve uma tensão de compressão média maior ou igual a 1 MPa, considerando-se todas as perdas.

Nas Figuras 5.41 e 5.42, pode-se observar as tensões de compressão para a combinação ELS, cargas permanentes (*service total load*). A envoltória das combinações foi analisada, porém, os valores do dimensionamento ocorrem nessa combinação de carregamentos. O modelo III está adequado ao requisito do ACI 318/2011 que exige uma tensão de compressão de 0,9 MPa.

Os maiores e os menores valores ocorrem na direção Y, sendo respectivamente 4,05 MPa e 1,65 MPa em valores absolutos.



Design Sections, Stresses, Average (Precompression) (N/mm<sup>2</sup>)  
 Load Combination: Service (Total Load) (SERVICE\_TOTAL\_LOAD)  
 Tensile stress positive  
 Max: -1.67  
 Min: -4.05

Figura 0.41: Tensões de compressão média, direção X.

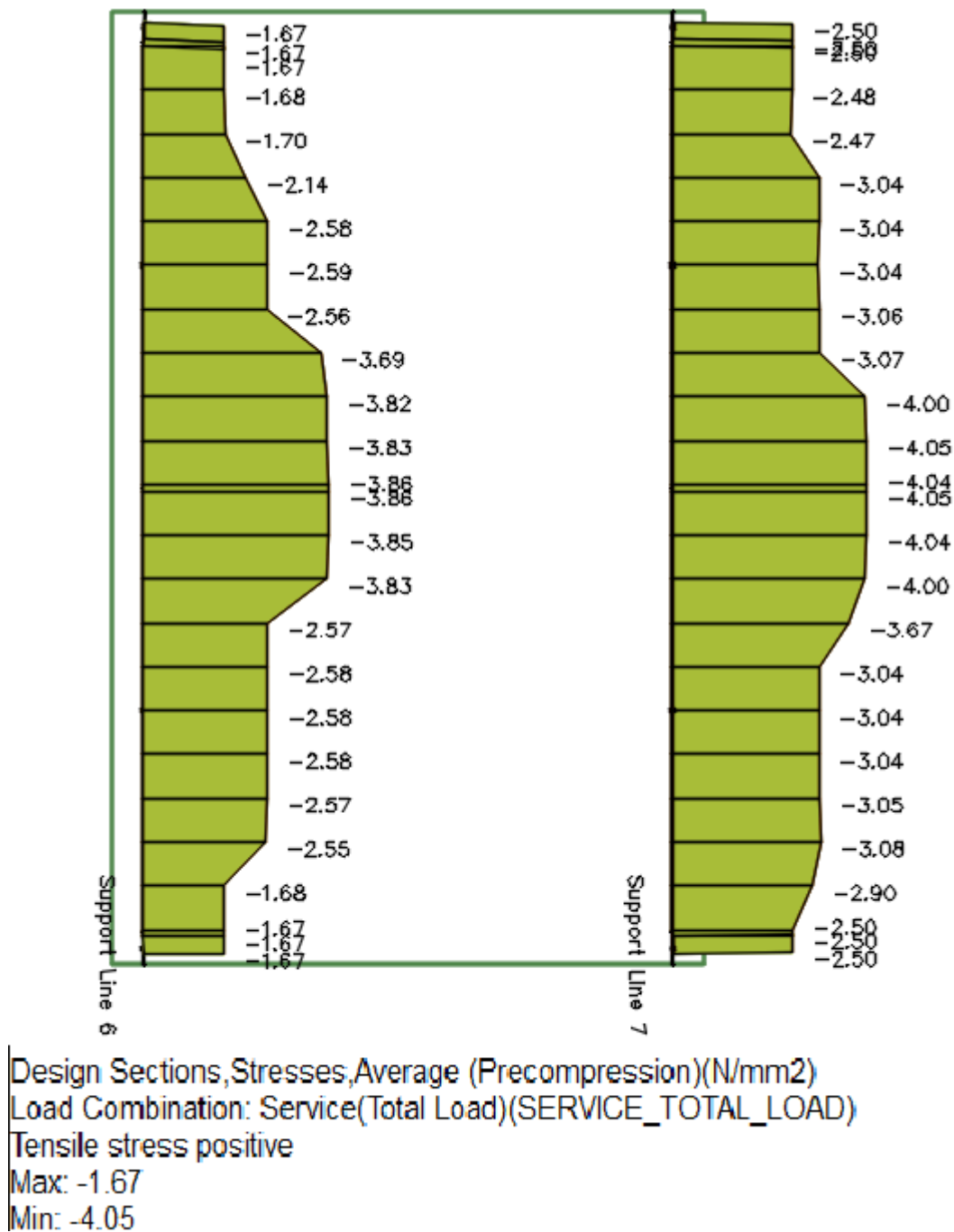


Figura 0.42: Tensões pré-compressão média mínima, direção Y.

A Figura 5.43 apresenta a envoltória dos momentos resistentes positivos e negativos da seção na direção X. No mesmo diagrama é superposto o diagrama dos momentos solicitantes e a relação momento solicitante por momento resistente.

Os momentos resistentes e o diagrama dos momentos solicitantes na direção Y estão representados na Figura 5.44.

A Figura 5.43 mostra as seções onde a relação momento resistente e momento solicitante são mais significativas na direção X. Pode-se observar que a

seção está adequadamente dimensionada, a maior relação entre o momento solicitante e o momento resistente é 1,00 e o fator de redução do momento resistente é 0,90 segundo o ACI 318/2011. Essa seção se localiza na linha de suporte horizontal que passa pelos pilares P<sub>5</sub> e P<sub>6</sub> e o momento solicitante máximo traciona as fibras superiores.

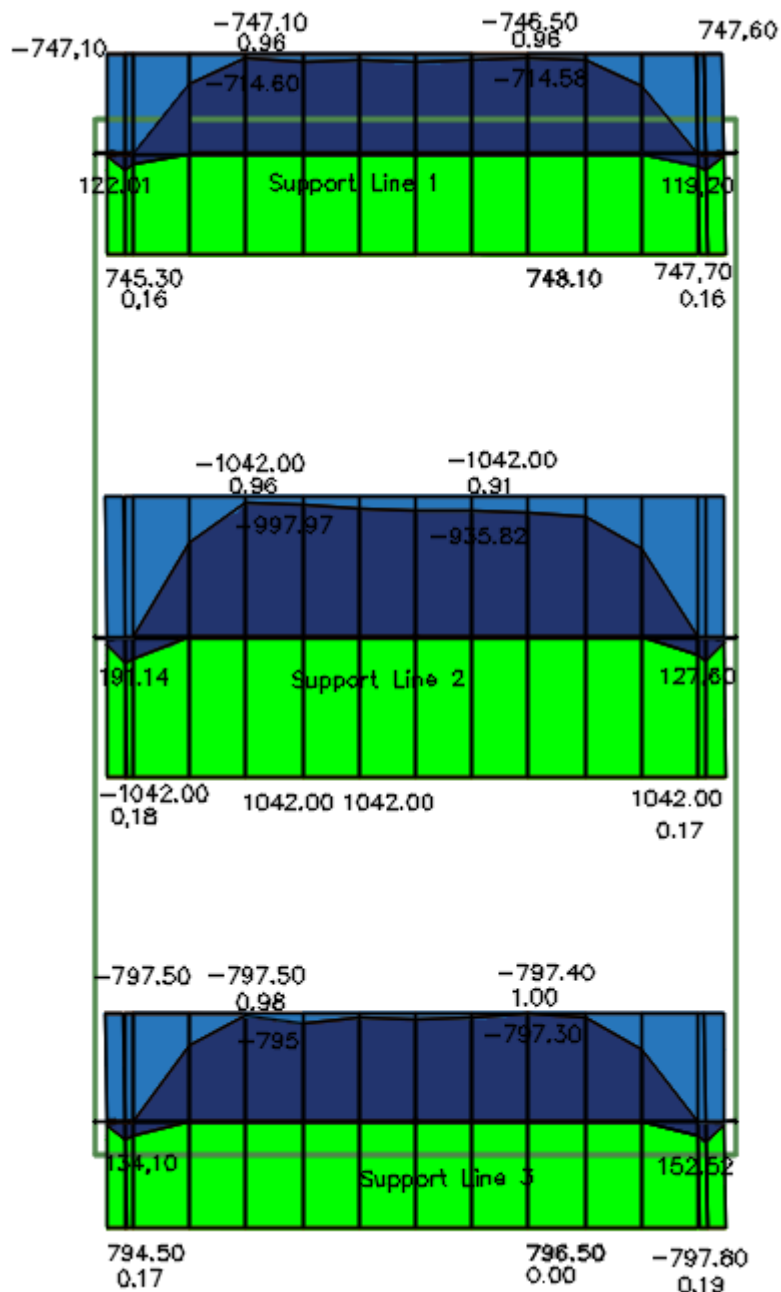


Figura 0.43: Momento resistente e envoltória do momento solicitante, direção X.

Os momentos na direção Y são apresentados na Figura 5.44. As seções mais solicitadas estão na linha de suporte que passa pelos pilares P<sub>1</sub>, P<sub>3</sub> e P<sub>5</sub>. O momento que traciona as fibras inferiores tem a relação entre o momento solicitante e momento resistente de 0,99. O momento que traciona as fibras superiores a relação é de 0,94 e está sobre o pilar P<sub>3</sub>.

Verificou-se que não há necessidade de armadura adicional. A seção está dimensionada com cordoalhas, não foram acrescentadas telas de aço inferiores na implementação computacional.

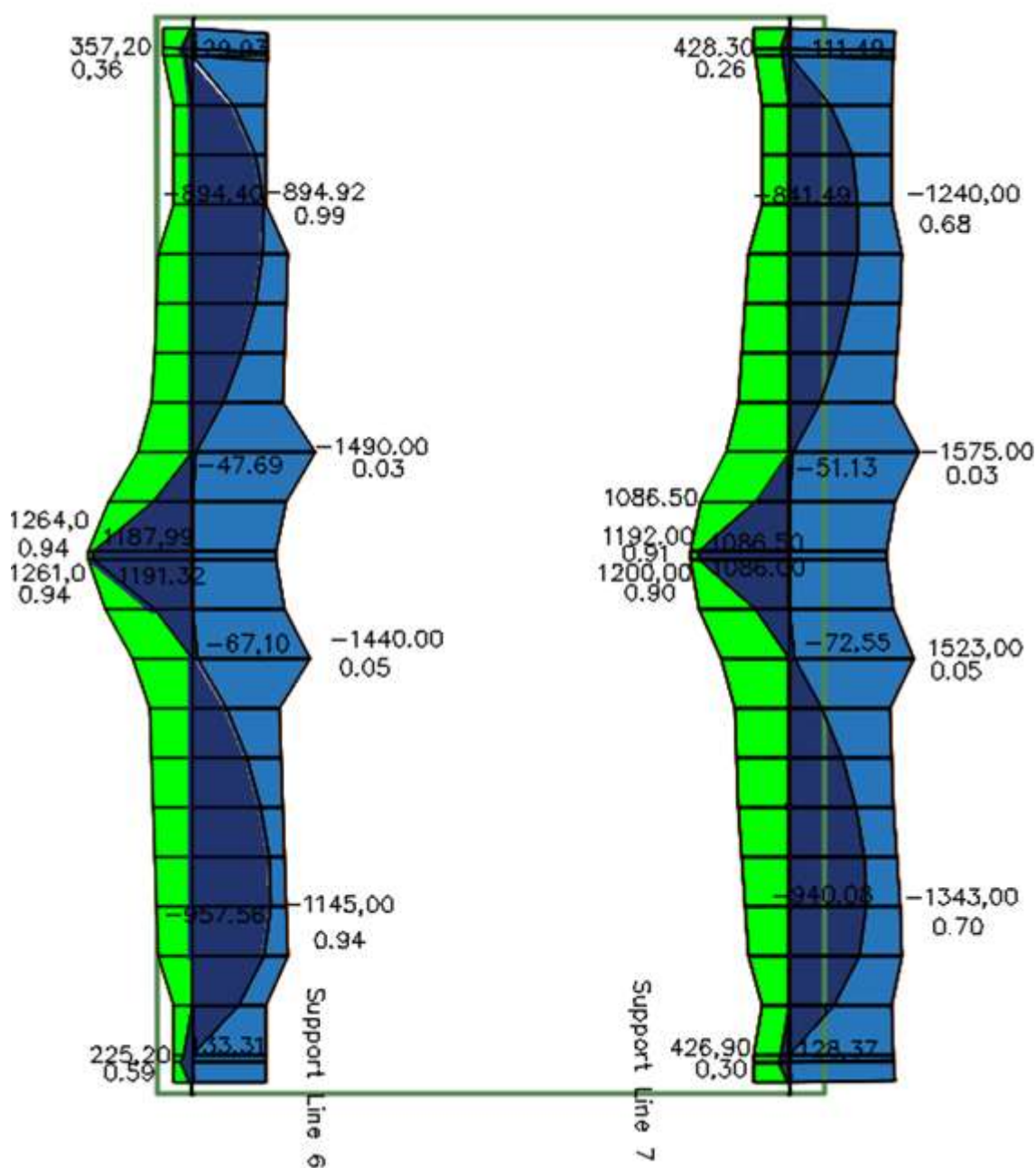


Figura 0.44: Momento resistente e envoltória do momento solicitante da seção, direção Y.



Realizadas as verificações após a implementação computacional por meio do *software* Adapt Builder 2015, observa-se que o modelo III está adequado e atende aos requisitos do ACI 318/2011.

## 6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Ao iniciar a análise da variação do módulo de reação do solo nos radiers por um método simplificado de solução e pela implementação computacional no *software PLAXIS*, partiu-se da hipótese que o módulo de reação teria variação em função da posição em que fosse calculado sob a placa.

O modelo I foi tratado com uma metodologia de cálculo simplificada. Os deslocamentos foram obtidos por meio da expressão proposta por VELLOSO e LOPES (2014) para uma viga sobre solo calculada por um método estático. O módulo de reação foi obtido por meio das expressões propostas por VÉSIC (1961) *apud* TSUDIK (2006) e PERLOFF (1975) *apud* VELLOSO e LOPES (2014).

Nas faixas longitudinais do modelo I observa-se que os valores obtidos para o módulo de reação por meio da expressão de VÉSIC (1961) *apud* TSUDIK (2006) são 10% maiores que os obtidos com a expressão PERLOFF (1975) *apud* VELLOSO e LOPES (2014). Nas faixas transversais os valores propostos por PERLOFF (1975) *apud* VELLOSO e LOPES (2014) são maiores 10% que os valores propostos por VÉSIC (1961) *apud* TSUDIK (2006).

Uma implementação computacional com o *software PLAXIS 3D* foi elaborada para o mesmo radier do modelo I. A variação da tensão no solo pode ser obtida em mais pontos, com valores mais precisos e de distribuição mais uniforme. O valor máximo é de 0,335 MPa de compressão na borda inferior esquerda próxima a um dos carregamentos aplicados. Foram escolhidos na malha os elementos que continham os pontos onde os deslocamentos foram calculados no modelo I. Nessas coordenadas os valores dos deslocamentos tiveram os mesmos valores que no modelo I.

A partir dos valores das tensões e dos deslocamentos foram calculados os valores para o módulo de reação do solo. Os valores obtidos foram compatíveis com os valores teóricos a diferença máxima entre eles foi de 12,2%.

Quanto às solicitações o modelo I mostrou-se mais conservativo. O momento de flexão máximo de  $417,71 \text{ kN.m/m}$  traciona as fibras inferiores. O momento que traciona as fibras superiores tem o valor de  $547,10 \text{ kN.m/m}$ . No modelo II obtiveram-se valores menores para as solicitações. O momento de flexão máximo para as fibras inferiores foi de  $244,3 \text{ kN.m/m}$  e o das fibras superiores foi de

430,3kN.m/m. Para as solicitações dos momentos de flexão o modelo I é 70% mais conservativo na tração das fibras inferiores e 27% mais conservativo na tração das superiores do que o modelo II.

O modelo III, implementado no *software Adapt Builder 2015*, apresentou comportamento satisfatório em acordo com o código ACI 318/2011. O requisito para as tensões mínimas de compressão média foi atendido. Quanto aos momentos resistentes das seções e aos solicitantes os requisitos foram atendidos, não sendo preciso armadura passiva adicional. As deformações nas direções X e Y não atendem ao requisito para deformação admissível de L/360 sendo a máxima deformação de L/41.

Quanto à resistência aos momentos de flexão na direção X a máxima razão entre o momento solicitante e o momento resistente é de 1,0, e na direção Y é de 0,99. As armaduras ativas são suficientes para as solicitações às quais a estrutura é submetida, cabendo ao projetista especificar e detalhar as armaduras passivas construtivas.

A introdução da protensão no modelo possibilitou a redução de sua espessura em 20%.

## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

### 7.2 CONCLUSÕES

Este estudo de não esgota o tema fundação em radier, principalmente quando o foco é a variação do módulo de reação do solo.

Conclui-se que o método simplificado pode ser usado com boa relação custo vs. benefício para raders com pequenos carregamentos e para estruturas simples de um único pavimento. Os resultados do modelo simplificado são conservadores. Assim, em raders com cargas elevadas, como os industriais ou de múltiplos pavimentos, é necessário incluir na análise a interação solo-estrutura por meio do módulo de reação do solo, visto que esse tem ação direta sobre o valor das solicitações, conforme mostrado nos resultados dos momentos de flexão do modelo II.

É imprescindível uma boa campanha de sondagens para a análise racional do radier. É preciso cautela ao se estabelecer o módulo de reação, seja por meio dos ensaios de placa ou, se esses não estiverem disponíveis, por meio das correlações disponíveis na literatura, tais como as com o  $N_{SPT}$ .

Na implementação computacional do radier protendido de altura constante admitiu-se que o radier estava sobre uma camada homogênea de solo, cujo módulo de reação do solo adotado foi  $\kappa = 0,05 N/mm^3$  (MORAES, 1976). O *software Adapt Builder 2015* tornou possível a modelagem e análise do radier nos diferentes aspectos de seu desempenho e resistência, de acordo com os requisitos do ACI 318/2011.

Quanto à deformação, o radier não atendeu ao requisito do deslocamento máximo de  $L/360$ . Conclui-se que é necessário aumentar a área de concreto nas bordas do radier, seja por inserir uma viga de borda na modelagem ou aumentando a projeção do radier nessa região. Em relação às tensões de compressão média prescritas no ACI 318/2011, o requisito de 0,9 MPa foi atendido, o que indica a adequabilidade do radier. Em relação aos momentos de flexão o radier atendeu às prescrições propostas pelo ACI 318/2011, que já são definidos como características do programa ao se escolher o código e os critérios de dimensionamento.

A protensão tornou possível a redução da espessura do radier de 0,50 m para 0,40 m, sem acréscimo de armadura passiva, segundo os critérios do ACI 318/2011.

### 7.3 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Para trabalhos futuros sugere-se:

- a instrumentação de raders para análise da influência dos outros parâmetros no módulo de reação e da influência deste na redistribuição das ações e solicitações na estrutura;
- a implementação computacional numa versão completa do mesmo do *software PLAXIS*, onde será possível variar a posição e o tipo do carregamento, modelar raders com geometria complexa, simular mais de um furo de sondagem e várias camadas de solo, de modo a refinar os resultados obtidos para o módulo de reação do solo;
- sugere-se a instrumentação das tensões de compressão média para comparação do requisito do ACI 318/2014 com a NBR 6118:2014;
- melhorar a análise simulando regiões de diferentes camadas de solo, criando várias áreas de *soil suport* e atribuindo diferentes valores para o módulo de reação, para simular diferentes tipos de solo;
- analisar o comportamento de raders protendidos submetidos a ações dinâmicas provenientes de máquinas ou ações sísmicas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS E SÍTIOS DA INTERNET

AALAMI, B. O.; Post-tensioned buildings: Design and construction; 5<sup>th</sup> ed. China, 2014.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI. Design of Slabs on Grade (ACI 360R-92), 1997.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI. Suggested analysis design procedures for combined footings and mats (ACI 336.2R-88), 1988.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE – ACI. Building code requirements for structural concrete (ACI 318-11), 2011.

ALONSO, U. R.; Exercícios de fundações. 12 ed. São Paulo: Edgard Blücher LTDA., 2001

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT, NBR NM 67: Concreto – Determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone, Rio de Janeiro, 1998.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT, NBR 6118: Projeto de estrutura de concreto – Procedimento, Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT, NBR 6122: Projeto e execução de fundações, Rio de Janeiro, 2010.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT, NBR 6489: Prova de carga direta sobre terreno de fundação, Rio de Janeiro, 1984.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT, NBR 7482: Fios de aço para estrutura de concreto protendido – Especificação, Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT, NBR 7483: Fios de aço para estrutura de concreto protendido – Especificação, Rio de Janeiro, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT, NBR 8953: Concreto para fins estruturais – classificação por grupos de resistência, Rio de Janeiro, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT, NBR 9778: Argamassas e concretos endurecidos – determinação da absorção de água, índice de vazios e massa específica, Rio de Janeiro, 2005.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT, NBR 12655: Concreto de cimento portland – preparo controle recebimento e aceitação, Rio de Janeiro, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT, NBR 15823-1: Concreto auto-adensável – Parte 1 - classificação controle e aceitação no estado fresco, Rio de Janeiro, 2010.

BOWLES, J. E.; Foundation analysis and design. 5th ed. Singapore: McGraw-Hill, 1997.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. Cálculo de estruturas usuais de concreto armado. 1 ed. São Paulo: PINI, 2009.

CARVALHO, R.; Estrutura em concreto protendido: cálculo e detalhamento. São Paulo: Pini, 2012.

COLARES, G. M.; Programa para análise da interação solo-estrutura no projeto de edifícios. Dissertação de mestrado em Engenharia de estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Carlos, 2006.

DÓRIA, L. E. S.; Projeto de estrutura de fundação em concreto tipo radier. Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil da Universidade Federal de Alagoas. Maceió, 2007.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DE LA PRÉCONTRAÎNTE – FIP. Design of post-tensioned slabs and foundations rafts. London, May 1998.

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON – FIB. Post – Tensioning in buildings. Bulletin 31. Lausanne, February 2005.

GUPTA, S. C.; Raft foundations design and analysis with a practical approach. New Delhi, New Age International (P) Limited, Publishers, 1997.

GUSMÃO, A. D.; Estudo da interação solo-estrutura e sua influência em recalques de edificações. Dissertação de mestrado da Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE. Rio de Janeiro, 1990.

HAMAD, J.; Mat foundation chapter 6. The Islamic University – Gaza, Faculty of Engineering Civil, Lectures notes, Engineering Department, [2007?].

HELENE, P. L; TERZIAN, P.; Manual de dosagem e controle do concreto. São Paulo: Pini, 1993.

HETÉNYI, M.; Beams on elastic foundation – Theory with applications in the fields of civil and mechanical engineering. The University of Michigan Press, USA, 1979.

MAHDI, H. A.; Design of raft foundation. For students of foundations' Project – Faculty of Engineering – Sixth of October University , [20-?].

MORAES, M. C.; Estruturas de fundações. 3 ed. São Paulo: Editora McGraw Hill, 1976.

PRASANT, A.; Foundation analysis and design. CE 632 Shallow foundations part 2 handout [201-?].

PITTA, M. R.; RODRIGUES, P. P. F.; Dimensionamento de pavimentos de concreto estruturalmente armados. Revista Ibracon, número 19, 1997.

REIS, J. H. C.; Interação Solo-estrutura de grupo de edifícios com fundações superficiais em argila mole. Dissertação de mestrado da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Carlos, 2000.

SOUZA, R. A.; REIS, J. H. C.; Interação solo estrutura para edifícios sobre fundações rasas. Acta Sci Technol, v. 30, N.º 2, Maringá; 2008.

SOUZA, R. A.; BITTENCOURT, T. N.; Definição de expressões visando relacionar  $f'_c$  e  $f_{ck}$ . IV Encontro tecnológico da engenharia civil e arquitetura. ENTECA, 2003.

SÜSSEKIND, J.C; Curso de análise estrutural. Vol. II Deformações em estruturas. Método das forças. 5 ed, Porto Alegre, Rio de Janeiro: Editora Globo, 1983.

TEIXEIRA, A.H; GODOY, N. S.; Análise, projeto e execução de fundações rasas. Fundações Teoria e Prática. São Paulo:Pini, cap 7, pp 227-264, 2 ed. 1998.

THERZAGHI, K.; PECK, R. B.; MERSRI, G. Soil mechanics in engineering practice. 3rd ed. New York; Jonh Wiley & Sons, Inc. 1996.

TSUDIK, E.; Analysis of beams and frames on elastic foundations – A handbook for civil and structural engineers – methods, formulae, tables, numerical examples. Victoria, Canada; Trafford publishing, 2006.

VELLOSO, D. A.; LOPES, F. R.; Fundações Volume 1: Critérios de Projeto – Investigação de subsolo – Fundações superficiais. 2 ed, São Paulo: Oficina de textos, 2014.

## 7.1 SÍTIOS DA INTERNET

<http://www.alis-sol.com.br/ftool/> acesso em 28/09/2015.

<http://www.ufjf.br/nugeo/files/2009/11/GF03-Par%C3%A2metros-dos-Solos-para-C%C3%A1culo-de-Funda%C3%A7%C3%B5es.pdf> acesso 05/11/2015.

<http://faq.altoqi.com.br/content/297/713/pt-br/detalhamento-de-lajes-a-pun%C3%A7%C3%A3o.html> acesso 28/09/2015.

<http://www.feb.unesp.br/lutt/concreto%20protendido/artlaje%20protendida.pdf> acesso 09/04/2016



VSL INTERNATIONAL LTD., Post-Tensioned Concrete in Building Construction —  
POST- TENSIONED FOUNDATIONS, Berne / Switzerland, 1990.  
[http://www.vsl.net/sites/default/files/vsl/datasheet/PT\\_Foundations.pdf](http://www.vsl.net/sites/default/files/vsl/datasheet/PT_Foundations.pdf)      accesso  
05/11/2015.

## 8 ANEXOS

## Anexo A – Quadros, resultados *software PLAXIS*

Tabela A. 1: Deslocamentos para avaliação do módulo de reação do solo.

Soil element	Node	Local number	X [m]	Y [m]	Z [m]	u_x [m]	u_y [m]	u_z [m]	u  [m]
Clus. 1 - El. 1	6754	1	9,0167	13,7000	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0365	0,0365
CLAY	8546	2	10,4333	13,7000	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0325	0,0325
	6928	3	9,3578	12,3913	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0344	0,0344
	6602	4	9,8489	13,3035	-1,1229	0,0003	-0,0002	-0,0276	0,0276
	8556	5	9,7250	13,7000	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0343	0,0343
	8732	6	9,8956	13,0457	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0335	0,0335
	8733	7	9,1873	13,0457	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0354	0,0354
	6769	8	9,4328	13,5017	-0,5614	0,0002	-0,0005	-0,0313	0,0313
	8551	9	10,1411	13,5017	-0,5614	0,0001	-0,0005	-0,0300	0,0300
	6773	10	9,6034	12,8474	-0,5614	0,0001	-0,0007	-0,0314	0,0314
Clus. 1 - El. 4	1485	1	10,4333	0,0000	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0362	0,0362
CLAY	1488	2	9,0167	0,0000	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0407	0,0407
	2246	3	9,3161	1,3419	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0377	0,0377
	1404	4	9,8036	0,6314	-0,9946	0,0003	-0,0002	-0,0317	0,0317
	1489	5	9,7250	0,0000	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0382	0,0382
	2286	6	9,1664	0,6710	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0391	0,0391
	2285	7	9,8747	0,6710	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0370	0,0370
	2239	8	10,1185	0,3157	-0,4973	0,0001	0,0001	-0,0335	0,0335
	1462	9	9,4101	0,3157	-0,4973	0,0002	0,0001	-0,0352	0,0352
	1429	10	9,5598	0,9867	-0,4973	0,0001	0,0001	-0,0349	0,0349
Clus. 1 - El. 6	12674	1	13,2667	13,7000	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0324	0,0324
CLAY	12666	2	14,6833	13,7000	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0364	0,0364
	10481	3	14,3359	12,3822	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0340	0,0340
	10337	4	13,9667	13,3123	-0,9576	-0,0010	-0,0003	-0,0285	0,0285
	12673	5	13,9750	13,7000	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0341	0,0341
	12864	6	14,5096	13,0411	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0351	0,0351
	10482	7	13,8013	13,0411	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0333	0,0333
	10338	8	13,6167	13,5062	-0,4788	-0,0009	-0,0005	-0,0305	0,0305
	12669	9	14,3250	13,5062	-0,4788	-0,0010	-0,0004	-0,0320	0,0321
	10479	10	14,1513	12,8472	-0,4788	-0,0009	-0,0007	-0,0317	0,0317
Clus. 1 - El. 7	3268	1	14,6833	0,0000	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0400	0,0400
CLAY	2274	2	13,2667	0,0000	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0358	0,0358
	3271	3	14,3030	1,3441	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0367	0,0367
	3170	4	14,0297	0,4867	-1,1695	-0,0010	-0,0003	-0,0302	0,0302
	3274	5	13,9750	0,0000	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0376	0,0376
	3270	6	13,7848	0,6721	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0363	0,0363
	3272	7	14,4932	0,6721	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0383	0,0383
	3186	8	14,3565	0,2434	-0,5847	-0,0012	-0,0002	-0,0344	0,0344
	3259	9	13,6482	0,2434	-0,5847	-0,0010	-0,0002	-0,0330	0,0330
	3184	10	14,1663	0,9154	-0,5847	-0,0011	0,0001	-0,0339	0,0339

Clus. 1 - El. 19	3271	1	14,3030	1,3441	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0367	0,0367
CLAY	3276	2	12,5938	1,3970	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0339	0,0339
	4408	3	13,4102	2,7258	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0337	0,0337
	4380	4	13,5942	1,8037	-1,1366	-0,0009	0,0000	-0,0308	0,0308
	3277	5	13,4484	1,3705	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0349	0,0349
	4466	6	13,0020	2,0614	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0337	0,0337
	4462	7	13,8566	2,0350	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0349	0,0349
	4455	8	13,9486	1,5739	-0,5683	-0,0010	0,0001	-0,0333	0,0334
	4457	9	13,0940	1,6003	-0,5683	-0,0008	0,0000	-0,0323	0,0323
	4390	10	13,5022	2,2648	-0,5683	-0,0008	0,0000	-0,0324	0,0324
Clus. 1 - El. 20	10474	1	12,6722	12,3624	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0313	0,0313
CLAY	10481	2	14,3359	12,3822	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0340	0,0340
	8908	3	13,4685	11,0495	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0319	0,0319
	8671	4	13,5224	11,9283	-1,0240	-0,0008	-0,0005	-0,0290	0,0290
	10483	5	13,5041	12,3723	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0324	0,0324
	10651	6	13,9022	11,7158	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0327	0,0327
	10652	7	13,0703	11,7059	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0316	0,0316
	8731	8	13,0973	12,1453	-0,5120	-0,0007	-0,0006	-0,0301	0,0301
	10484	9	13,9292	12,1552	-0,5120	-0,0009	-0,0006	-0,0311	0,0311
	8855	10	13,4955	11,4889	-0,5120	-0,0008	-0,0005	-0,0305	0,0305
Clus. 1 - El. 31	883	1	7,6000	0,0000	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0462	0,0462
CLAY	1424	2	7,6000	1,3700	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0427	0,0427
	1434	3	8,0500	0,4500	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0437	0,0437
	834	4	7,1239	0,3307	-1,0262	-0,0014	0,0000	-0,0264	0,0264
	1431	5	7,6000	0,6850	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0446	0,0446
	1436	6	7,8250	0,9100	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0433	0,0433
	1435	7	7,8250	0,2250	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0449	0,0450
	835	8	7,3619	0,1654	-0,5131	-0,0011	0,0003	-0,0340	0,0340
	1365	9	7,3619	0,8504	-0,5131	-0,0005	0,0005	-0,0338	0,0338
	1432	10	7,5869	0,3904	-0,5131	-0,0002	-0,0001	-0,0364	0,0364
Clus. 1 - El. 33	12666	1	14,6833	13,7000	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0364	0,0364
CLAY	14709	2	16,1000	13,7000	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0412	0,0412
	12859	3	15,6500	13,2500	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0391	0,0392
	10347	4	15,3866	13,6788	-0,9291	-0,0009	0,0002	-0,0283	0,0284
	14715	5	15,3917	13,7000	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0389	0,0389
	14914	6	15,8750	13,4750	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0402	0,0402
	12860	7	15,1667	13,4750	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0378	0,0378
	12658	8	15,0350	13,6894	-0,4645	-0,0011	-0,0001	-0,0324	0,0325
	12657	9	15,7433	13,6894	-0,4645	-0,0012	0,0001	-0,0335	0,0336
	12856	10	15,5183	13,4644	-0,4645	-0,0010	-0,0004	-0,0338	0,0338
Clus. 1 - El. 34	5138	1	7,6000	13,7000	0,0000	-0,0004	-0,0004	-0,0414	0,0414
CLAY	6754	2	9,0167	13,7000	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0365	0,0365
	6930	3	8,0500	13,2500	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0394	0,0394
	6600	4	8,3392	14,0666	-1,2298	0,0000	0,0006	-0,0241	0,0241
	6755	5	8,3083	13,7000	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0391	0,0391

	6929	6	8,5333	13,4750	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0380	0,0380
	6931	7	7,8250	13,4750	0,0000	-0,0004	-0,0004	-0,0404	0,0404
	6749	8	7,9696	13,8833	-0,6149	0,0003	0,0001	-0,0307	0,0307
	6748	9	8,6779	13,8833	-0,6149	0,0004	0,0001	-0,0298	0,0298
	6765	10	8,1946	13,6583	-0,6149	0,0002	-0,0003	-0,0318	0,0318
Clus. 1 - El. 37	2244	1	10,0318	2,7468	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0347	0,0347
CLAY	2251	2	10,9498	1,3893	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0343	0,0343
	2246	3	9,3161	1,3419	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0377	0,0377
	2178	4	10,0618	1,9349	-1,0655	0,0002	0,0001	-0,0316	0,0316
	2252	5	10,4908	2,0681	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0344	0,0344
	2253	6	10,1330	1,3656	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0357	0,0357
	2245	7	9,6739	2,0444	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0359	0,0359
	2200	8	10,0468	2,3409	-0,5328	0,0000	0,0000	-0,0332	0,0332
	2241	9	10,5058	1,6621	-0,5328	-0,0001	0,0000	-0,0329	0,0329
	2243	10	9,6889	1,6384	-0,5328	0,0001	0,0001	-0,0342	0,0342
Clus. 1 - El. 38	8734	1	11,0316	12,3609	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0314	0,0314
CLAY	6937	2	10,1856	11,0630	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0323	0,0323
	6928	3	9,3578	12,3913	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0344	0,0344
	6777	4	10,1496	11,9034	-1,0182	0,0001	-0,0005	-0,0293	0,0293
	8907	5	10,6086	11,7119	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0318	0,0318
	6938	6	9,7717	11,7272	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0331	0,0331
	8736	7	10,1947	12,3761	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0326	0,0326
	8728	8	10,5906	12,1321	-0,5091	-0,0001	-0,0006	-0,0303	0,0303
	6935	9	10,1676	11,4832	-0,5091	-0,0001	-0,0005	-0,0309	0,0309
	6775	10	9,7537	12,1474	-0,5091	0,0000	-0,0006	-0,0315	0,0315
Clus. 1 - El. 78	4400	1	13,2993	5,5563	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0333	0,0333
CLAY	5775	2	12,4918	6,9782	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0326	0,0326
	5780	3	14,1061	6,9089	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0346	0,0346
	4172	4	12,3786	6,3159	-1,0383	-0,0005	-0,0002	-0,0303	0,0303
	5779	5	12,8955	6,2673	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0330	0,0330
	5781	6	13,2989	6,9436	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0333	0,0333
	5782	7	13,7027	6,2326	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0339	0,0339
	4314	8	12,8390	5,9361	-0,5192	-0,0006	-0,0003	-0,0317	0,0317
	5645	9	12,4352	6,6471	-0,5192	-0,0005	-0,0003	-0,0314	0,0314
	5644	10	13,2423	6,6124	-0,5192	-0,0007	-0,0003	-0,0319	0,0319
Clus. 1 - El. 80	4294	1	10,8553	7,0891	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0332	0,0332
CLAY	3217	2	9,6197	5,8247	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0355	0,0355
	4289	3	9,4886	7,3058	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0357	0,0357
	4116	4	10,5862	6,2358	-1,3185	0,0001	-0,0002	-0,0303	0,0303
	4296	5	10,2375	6,4569	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0343	0,0343
	4297	6	9,5541	6,5652	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0358	0,0358
	4295	7	10,1719	7,1974	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0343	0,0343
	4277	8	10,7207	6,6625	-0,6593	-0,0001	-0,0003	-0,0318	0,0318
	4276	9	10,1029	6,0302	-0,6593	0,0001	-0,0003	-0,0326	0,0326
	4155	10	10,0374	6,7708	-0,6593	0,0001	-0,0003	-0,0327	0,0327

Clus. 1 - El. 90	7120	1	15,6500	6,8500	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0385	0,0385
CLAY	10983	2	16,1000	8,2200	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0377	0,0377
	9066	3	16,1000	6,8500	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0395	0,0395
	8887	4	15,9276	7,7599	-1,1295	-0,0004	0,0000	-0,0299	0,0299
	9068	5	15,8750	7,5350	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0383	0,0383
	11115	6	16,1000	7,5350	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0388	0,0388
	9069	7	15,8750	6,8500	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0390	0,0390
	9067	8	15,7888	7,3050	-0,5647	-0,0009	-0,0002	-0,0342	0,0342
	8885	9	16,0138	7,9900	-0,5647	-0,0007	-0,0002	-0,0334	0,0334
	9061	10	16,0138	7,3050	-0,5647	-0,0006	-0,0002	-0,0341	0,0341
Clus. 1 - El. 100	3096	1	8,0500	6,8500	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0403	0,0403
CLAY	3098	2	7,6000	6,8500	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0415	0,0415
	3093	3	7,6000	8,2200	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0395	0,0395
	2958	4	7,7875	7,4208	-1,2649	-0,0006	-0,0001	-0,0307	0,0307
	3097	5	7,8250	6,8500	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0409	0,0409
	3100	6	7,6000	7,5350	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0408	0,0408
	4293	7	7,8250	7,5350	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0402	0,0402
	3095	8	7,9188	7,1354	-0,6325	0,0001	-0,0002	-0,0353	0,0353
	2957	9	7,6938	7,1354	-0,6325	-0,0001	-0,0002	-0,0348	0,0348
	4159	10	7,6938	7,8204	-0,6325	-0,0001	-0,0001	-0,0342	0,0342
Clus. 1 - El. 107	5458	1	8,6987	11,0070	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0349	0,0349
CLAY	4141	2	7,6000	10,9600	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0371	0,0371
	5295	3	7,6000	12,3300	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0389	0,0389
	5155	4	8,5195	12,2790	-1,0177	0,0000	-0,0006	-0,0306	0,0306
	5460	5	8,1494	10,9835	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0360	0,0360
	5462	6	7,6000	11,6450	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0377	0,0377
	5459	7	8,1494	11,6685	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0366	0,0366
	5301	8	8,6091	11,6430	-0,5088	0,0001	-0,0006	-0,0331	0,0331
	5302	9	8,0597	11,6195	-0,5088	-0,0001	-0,0007	-0,0334	0,0334
	5297	10	8,0597	12,3045	-0,5088	0,0001	-0,0008	-0,0340	0,0340
Clus. 1 - El. 109	4411	1	14,9497	2,7472	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0361	0,0361
CLAY	5852	2	16,1000	2,7400	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0382	0,0382
	4501	3	16,1000	1,3700	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0414	0,0414
	4374	4	15,1155	1,5476	-0,9465	-0,0009	0,0002	-0,0328	0,0328
	5859	5	15,5248	2,7436	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0372	0,0372
	5853	6	16,1000	2,0550	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0395	0,0395
	4464	7	15,5248	2,0586	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0383	0,0383
	4392	8	15,0326	2,1474	-0,4733	-0,0010	0,0001	-0,0347	0,0347
	5765	9	15,6077	2,1438	-0,4733	-0,0011	0,0001	-0,0351	0,0351
	4441	10	15,6077	1,4588	-0,4733	-0,0012	0,0002	-0,0360	0,0360
Clus. 1 - El. 111	10656	1	14,9785	10,9873	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0342	0,0342
CLAY	12862	2	16,1000	12,3300	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0384	0,0384
	10822	3	16,1000	10,9600	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0362	0,0362
	10489	4	15,2431	12,1359	-1,0994	-0,0007	-0,0006	-0,0297	0,0297
	13009	5	15,5392	11,6586	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0359	0,0359

	13007	6	16,1000	11,6450	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0371	0,0371
	10819	7	15,5392	10,9736	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0352	0,0352
	10654	8	15,1108	11,5616	-0,5497	-0,0010	-0,0007	-0,0322	0,0323
	12868	9	15,6715	12,2330	-0,5497	-0,0011	-0,0008	-0,0331	0,0331
	10660	10	15,6715	11,5480	-0,5497	-0,0010	-0,0008	-0,0324	0,0324
Clus. 1 - El. 113	2192	1	8,6239	2,7194	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0375	0,0375
CLAY	1424	2	7,6000	1,3700	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0427	0,0427
	1422	3	7,6000	2,7400	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0397	0,0398
	1356	4	8,6879	1,7047	-1,2704	0,0000	0,0001	-0,0320	0,0320
	2250	5	8,1119	2,0447	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0397	0,0397
	1426	6	7,6000	2,0550	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0410	0,0410
	2194	7	8,1119	2,7297	0,0000	-0,0005	-0,0003	-0,0386	0,0387
	2196	8	8,6559	2,2121	-0,6352	0,0002	0,0001	-0,0349	0,0349
	1363	9	8,1439	1,5374	-0,6352	0,0001	0,0002	-0,0360	0,0360
Clus. 1 - El. 2644	4487	1	15,6500	0,4500	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0427	0,0427
CLAY	3265	2	16,1000	0,0000	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0451	0,0452
	4347	3	16,3229	1,0244	-1,0005	0,0004	0,0002	-0,0287	0,0287
	4501	4	16,1000	1,3700	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0414	0,0414
	4490	5	15,8750	0,2250	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0439	0,0439
	4433	6	16,2114	0,5122	-0,5003	-0,0004	0,0004	-0,0343	0,0343
	4432	7	15,9864	0,7372	-0,5003	-0,0008	0,0002	-0,0361	0,0361
	4486	8	15,8750	0,9100	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0421	0,0421
	4505	9	16,1000	0,6850	0,0000	-0,0005	-0,0004	-0,0434	0,0434
	4440	10	16,2114	1,1972	-0,5003	0,0002	0,0003	-0,0345	0,0345

Tabela A. 2: Tensões no solo  $\sigma_{zz}$  para avaliação do módulo de reação do solo.

Soil element	Stress point	Local number	X[m]	Y[m]	Z[m]	sxx [kN/m <sup>2</sup> ]	syy [kN/m <sup>2</sup> ]	szz [kN/m <sup>2</sup> ]
Clus. 1 - El. 1	1	1	9,37	13,46	-0,16	-27,54	-25,70	-104,47
CLAY	2	2	10,01	13,46	-0,16	-24,05	-22,21	-90,53
	3	3	9,53	12,88	-0,16	-21,56	-19,72	-80,57
	4	4	9,75	13,29	-0,66	-30,54	-22,61	-98,55
Clus. 1 - El. 4	13	1	10,00	0,27	-0,14	-28,32	-27,78	-108,23
CLAY	14	2	9,36	0,27	-0,14	-31,52	-30,97	-120,97
	15	3	9,50	0,87	-0,14	-23,87	-23,32	-90,34
	16	4	9,71	0,56	-0,58	-30,79	-28,46	-102,14
Clus. 1 - El. 6	21	1	13,71	13,46	-0,13	-22,70	-21,11	-87,19
CLAY	22	2	14,34	13,46	-0,13	-25,13	-23,54	-96,89
	23	3	14,19	12,87	-0,13	-20,55	-18,96	-78,56
	24	4	14,02	13,29	-0,56	-27,98	-21,16	-97,15
Clus. 1 - El. 7	25	1	14,34	0,25	-0,16	-29,20	-27,23	-112,04
CLAY	26	2	13,71	0,25	-0,16	-25,10	-23,13	-95,67
	27	3	14,17	0,85	-0,16	-22,93	-20,96	-86,96
	28	4	14,05	0,47	-0,68	-31,64	-23,14	-106,98
Clus. 1 - El. 19	73	1	13,85	1,61	-0,16	-17,69	-17,29	-63,86
CLAY	74	2	13,08	1,63	-0,16	-15,35	-14,96	-54,52
	75	3	13,45	2,22	-0,16	-14,65	-14,26	-51,71
	76	4	13,53	1,81	-0,67	-23,69	-21,97	-65,97
Clus. 1 - El. 20	77	1	13,13	12,12	-0,14	-14,39	-14,06	-51,21
CLAY	78	2	13,87	12,13	-0,14	-16,52	-16,19	-59,71
	79	3	13,49	11,54	-0,14	-13,85	-13,52	-49,03
	80	4	13,51	11,93	-0,60	-21,89	-20,47	-61,03
Clus. 1 - El. 31	121	1	7,60	0,30	-0,14	-75,28	-84,29	-347,03
CLAY	122	2	7,60	0,91	-0,14	-64,98	-73,99	-305,98
	123	3	7,80	0,50	-0,14	-50,23	-59,23	-246,92
	124	4	7,38	0,45	-0,60	-32,94	-38,18	-158,95
Clus. 1 - El. 33	129	1	15,11	13,63	-0,13	-44,56	-37,81	-180,93
CLAY	130	2	15,74	13,63	-0,13	-54,42	-47,69	-220,28
	131	3	15,54	13,43	-0,13	-44,51	-37,78	-180,69
	132	4	15,42	13,63	-0,54	-38,94	-10,02	-168,20
Clus. 1 - El. 34	133	1	7,96	13,69	-0,17	-59,66	-52,96	-243,04
CLAY	134	2	8,59	13,69	-0,17	-50,93	-44,23	-208,23
	135	3	8,16	13,49	-0,17	-47,47	-40,77	-194,31
	136	4	8,29	13,85	-0,72	-33,16	-12,96	-143,23
Clus. 1 - El. 37	145	1	10,06	2,25	-0,15	-15,14	-14,87	-54,02
CLAY	146	2	10,47	1,65	-0,15	-15,60	-15,32	-55,84
	147	3	9,74	1,62	-0,15	-18,00	-17,72	-65,42
	148	4	10,08	1,89	-0,62	-23,40	-22,18	-66,25
Clus. 1 - El. 38	149	1	10,56	12,12	-0,14	-14,28	-14,13	-51,16
CLAY	150	2	10,18	11,54	-0,14	-13,83	-13,68	-49,36



	151	3	9,81	12,14	-0,14	-16,45	-16,30	-59,83
	152	4	10,17	11,92	-0,60	-21,45	-20,77	-60,93
Clus. 1 - El. 78	309	1	13,17	6,04	-0,14	-12,24	-11,42	-42,50
CLAY	310	2	12,81	6,68	-0,14	-11,96	-11,15	-41,41
	311	3	13,53	6,65	-0,14	-13,03	-12,22	-45,69
	312	4	12,76	6,38	-0,61	-19,31	-15,74	-50,28
Clus. 1 - El. 80	317	1	10,46	6,83	-0,18	-13,37	-12,53	-46,61
CLAY	318	2	9,91	6,26	-0,18	-14,35	-13,50	-50,49
	319	3	9,85	6,92	-0,18	-14,92	-14,07	-52,79
	320	4	10,34	6,44	-0,77	-21,84	-18,11	-58,48
Clus. 1 - El. 90	357	1	15,81	7,17	-0,16	-26,79	-30,61	-122,64
CLAY	358	2	16,01	7,78	-0,16	-29,38	-33,21	-133,05
	359	3	16,01	7,17	-0,16	-31,01	-34,83	-139,53
	360	4	15,94	7,57	-0,66	-13,47	-29,89	-121,58
Clus. 1 - El. 100	397	1	7,89	7,12	-0,17	-31,90	-34,48	-139,38
CLAY	398	2	7,69	7,12	-0,17	-38,69	-41,28	-166,57
	399	3	7,69	7,73	-0,17	-36,47	-39,06	-157,73
	400	4	7,77	7,37	-0,74	-18,79	-29,84	-126,99
Clus. 1 - El. 107	425	1	8,37	11,36	-0,14	-20,71	-21,78	-83,88
CLAY	426	2	7,88	11,34	-0,14	-26,29	-27,36	-106,20
	427	3	7,88	11,95	-0,14	-29,39	-30,46	-118,60
	428	4	8,29	11,93	-0,60	-24,89	-29,44	-104,91
Clus. 1 - El. 109	433	1	15,29	2,39	-0,13	-22,86	-22,82	-87,84
CLAY	434	2	15,80	2,39	-0,13	-29,23	-29,19	-113,31
	435	3	15,80	1,77	-0,13	-34,54	-34,51	-134,58
	436	4	15,36	1,85	-0,55	-29,63	-29,39	-103,89
Clus. 1 - El. 111	441	1	15,33	11,33	-0,15	-22,00	-22,34	-86,41
CLAY	442	2	15,83	11,93	-0,15	-31,02	-31,37	-122,51
	443	3	15,83	11,32	-0,15	-28,22	-28,56	-111,28
	444	4	15,44	11,84	-0,64	-28,17	-29,57	-106,64
Clus. 1 - El. 113	449	1	8,35	2,40	-0,18	-23,31	-24,43	-93,47
CLAY	450	2	7,89	1,79	-0,18	-31,99	-33,12	-128,19
	451	3	7,89	2,40	-0,18	-28,67	-29,79	-114,89
	452	4	8,38	1,94	-0,74	-26,46	-31,24	-107,72
Clus. 1 - El. 2644	10573	1	15,87	0,59	-0,14	-45,99	-55,17	-221,95
CLAY	10574	2	16,07	0,39	-0,14	-66,86	-76,11	-305,55
	10575	3	16,17	0,85	-0,59	-17,40	-45,43	-174,85
	10576	4	16,07	1,01	-0,14	-52,03	-61,23	-246,16

## Anexo B – Relatórios *ADAPT BUILDER 2015*

**Project Name:** ANÁLISE DE RADIERS DE CONCRETO ESTRUTURAL Specific

**Data:** RADIER PROTENDIDO MODELO III

**Date of execution:** September 02, 2016

**File Name:** radier30.adm FLOOR-PRO 2015

### 110.15 SLAB REGIONS (Detailed Report)

#:1 Label: Slab Region 1 Material: Concrete 1 Plane: Bottom plane Thickness: 400 mm Offset: 0 mm Area: 116.42 m<sup>2</sup> Volume: 46.57 m<sup>3</sup>

Vertex	X	Y	Z
	m	m	m
1	34.062	11.724	0.000
2	34.062	25.421	0.000
3	25.562	25.421	0.000
4	25.563	11.724	0.000

---

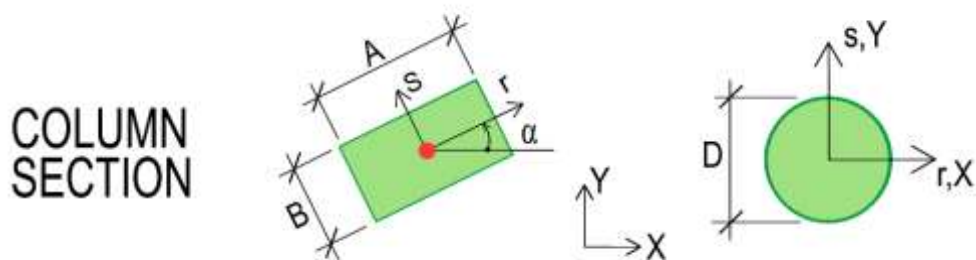
**Project Name:** ANÁLISE DE RADIERS DE CONCRETO ESTRUTURAL

**Specific Data:** RADIER PROTENDIDO MODELO III

**Date of execution:** September 02, 2016

**File Name:** radier30.adm FLOOR-PRO 2015

### 110.50 COLUMNS



Column Dimensions and Material Property

#	Label	Reference Plane	Alpha	A or D	B	Length	Material
			°	mm	mm	m	
1	Column 1	Current plane	0.00	400	400	3.000	Concrete 1
2	Column 2	Current plane	0.00	400	400	3.000	Concrete 1
3	Column 3	Current plane	0.00	400	400	3.000	Concrete 1
4	Column 4	Current plane	0.00	400	400	3.000	Concrete 1
5	Column 5	Current plane	0.00	400	400	3.000	Concrete 1
6	Column 6	Current plane	0.00	400	400	3.000	Concrete 1

Note: All columns are defined as below associated reference plane.

Summary

Type	A or D	B	Material	Length	Volume	Total #
	mm	mm		m	m3	
1	400	400	Concrete 1	18.000	2.88	6
Total	-	-	-	18.000	2.88	6

**Project Name: ANÁLISE DE RADIERS DE CONCRETO ESTRUTURAL**

**Specific Data: RADIER PROTENDIDO MODELO III**

**Date of execution: September 02, 2016      File Name: radier30.adm FLOOR-PRO 2015**

113.35 AREA SPRINGS/SOIL SUPPORTS (Detailed Report)

Area spring/soil support:4 Label:Soil Support 4 Stiffness:5.00E-2 N/mm3

Vertex	X	Y	Z	Comments
	m	m	m	
1	21.815	27.212	0.000	
2	36.699	26.596	0.000	
3	36.828	7.472	0.000	
4	21.068	6.432	0.000	

**Project Name: ANÁLISE DE RADIERS DE CONCRETO ESTRUTURAL**

**Specific Data: RADIER PROTENDIDO MODELO III**

**Date of execution: September 02, 2016**  
**File Name: radier30.adm FLOOR-PRO 2015**

117 MATERIALS

117.20 CONCRETE MATERIAL PROPERTIES

ID	Label	F'c	Unit Weight	Type	Ec	Creep coefficient
		MPa	kg/m3		MPa	
1	Concrete 1	30.00	2500.00	Normal	27529	2.00

F'c = strength at 28 days

Ec = modulus of elasticity at 28 days

117.40 REINFORCEMENT (NONPRESTRESSED) MATERIAL PROPERTIES

ID	Label	fy	fvy	Es
		MPa	MPa	MPa
1	MildSteel 1	500.00	500.00	200000

fy = yield stress of longitudinal reinforcement

$f_{vy}$  = yield stress of one-way shear reinforcement  
 $E_s$  = modulus of elasticity

## 117.60 PRESTRESSING MATERIAL PROPERTIES

ID	Label	$f_{pu}$	$f_{py}$	$E_{ps}$
		MPa	MPa	MPa
1	Prestressing 1	1860.00	1700.00	200000

$f_{pu}$  = ultimate stress  
 $f_{py}$  = yield stress  
 $E_{ps}$  = modulus of elasticity

## 142 CODES AND ASSUMPTIONS

142.10 DESIGN CODE SPECIFIED: ACI 2011/IBC 2012  
 142.15 TORSIONAL STIFFNESS OF BEAMS ACCOUNTED FOR  
 142.16 TORSIONAL STIFFNESS OF LOWER COLUMNS ACCOUNTED FOR  
 142.17 TORSIONAL STIFFNESS OF UPPER COLUMNS ACCOUNTED FOR

### 142.20 MATERIAL AND STRENGTH REDUCTION FACTORS

#### Two-way Slabs

ACI 2011/IBC 2012 strength reduction factors used:  
 For bending = 0.90  
 For shear two-way = 0.75

#### One-way Slabs

ACI 2011/IBC 2012 strength reduction factors used:  
 For bending = 0.90  
 For shear one-way = 0.75

#### Beams

ACI 2011/IBC 2012 strength reduction factors used:  
 For bending = 0.90  
 For shear one-way = 0.75

### 142.30 COVER TO REINFORCEMENT

#### Two-way Slabs

Prestressing Tendons (CGS)  
 At top = 40 mm  
 At bottom = 40 mm  
 Nonprestressing reinforcement (cover)  
 At top = 40 mm  
 At bottom = 75 mm

#### One-way Slabs

Prestressing Tendons (CGS)  
 At top = 40 mm  
 At bottom = 40 mm  
 Nonprestressing reinforcement (cover)  
 At top = 25 mm  
 At bottom = 75 mm

#### Beams

Prestressing Tendons (CGS)  
 At top = 40 mm  
 At bottom = 40 mm  
 Nonprestressing reinforcement (cover)

At top	= 25 mm
At bottom	= 75 mm

#### 142.40 MINIMUM BAR LENGTH

##### Two-way systems

Cut off length of minimum steel over support (length/span)	= 0.17
Cut off length of minimum steel in span (length/span)	= 0.33

##### Extension of rebar beyond where required for strength:

Top bars	= 300 mm
Bottom bars	= 300 mm

##### One-way slabs

Cut off length of minimum steel over support (length/span)	= 0.17
Cut off length of minimum steel in span (length/span)	= 0.33

##### Extension of rebar beyond where required for strength:

Top bars	= 300 mm
Bottom bars	= 300 mm

##### Beams

Cut off length of minimum steel over support (length/span)	= 0.17
Cut off length of minimum steel in span (length/span)	= 0.33

##### Extension of rebar beyond where required for strength:

Top bars	= 300 mm
Bottom bars	= 300 mm

### 143 DESIGN CRITERIA

#### 143.10 ONE-WAY SLABS

##### Sustain load stresses

Tension stress as multiple of $(f'c)^{1/2}$	
At top fibers	= 0.60
At bottom fibers	= 0.60
Compression stress as multiple of $f'c$	
Extreme fiber	= 0.45

##### Initial load stresses

Tension stress as multiple of $(f'c)^{1/2}$	
At top fibers	= 0.25
At bottom fibers	= 0.25
Compression stress as multiple of $f'c$	
Extreme fiber	= 0.60

##### Total load stresses

Tension stress as multiple of $(f'c)^{1/2}$	
At top fibers	= 0.60
At bottom fibers	= 0.60
Compression stress as multiple of $f'c$	
Extreme fiber	= 0.60

#### 143.20 TWO-WAY SLABS

##### Sustain load stresses

Tension stress as multiple of $(f'c)^{1/2}$	
At top fibers	= 0.50
At bottom fibers	= 0.50
Compression stress as multiple of $f'c$	
Extreme fiber	= 0.45

## Initial load stresses

Tension stress as multiple of $(f'c)^{1/2}$	
At top fibers	= 0.25
At bottom fibers	= 0.25
Compression stress as multiple of $f'c$	
Extreme fiber	= 0.60

## Total load stresses

Tension stress as multiple of $(f'c)^{1/2}$	
At top fibers	= 0.50
At bottom fibers	= 0.50
Compression stress as multiple of $f'c$	
Extreme fiber	= 0.60

## 143.30 BEAMS

## Sustain load stresses

Tension stress as multiple of $(f'c)^{1/2}$	
At top fibers	= 0.60
At bottom fibers	= 0.60
Compression stress as multiple of $f'c$	
Extreme fiber	= 0.45

## Initial load stresses

Tension stress as multiple of $(f'c)^{1/2}$	
At top fibers	= 0.25
At bottom fibers	= 0.25
Compression stress as multiple of $f'c$	
Extreme fiber	= 0.60

## Total load stresses

Tension stress as multiple of $(f'c)^{1/2}$	
At top fibers	= 0.60
At bottom fibers	= 0.60
Compression stress as multiple of $f'c$	
Extreme fiber	= 0.60

### Anexo C – Comentário sobre a relação entre $f_{ck}$ e $f'_c$

A distribuição estatística adotada pela NBR 6118:2014 é diferente da adotada pelo ACI 318-97 (SOUZA e BITTENCOURT, 2003). Isso significa que para os valores de projeto  $f_{ck}$  e  $f'_c$  não correspondem ao mesmo valor.

A NBR 6118/2014 considera o valor de  $f_{ck}$  como sendo o valor da resistência à compressão abaixo da qual existe 5% de probabilidade de haver valores inferiores ao valor de  $f_{ck}$ . O valor de  $f_{ck}$  é dado pela expressão:

$$f_{ck} = f_{cm} - 1,65s$$

onde

$f_{cm}$  = resistência média à compressão dos corpos de provas na idade considerada;

$s$  = desvio padrão.

O ACI 318-97 (SOUZA e BITTENCOURT, 2003) tem um controle de qualidade do concreto mais rígido que a NBR 6118:2014, admite-se que apenas 1% do universo amostral tenha uma resistência inferior à resistência característica. A resistência característica é dada pelo maior valor das seguintes expressões:

$$f'_{cr} = f'_c + 1,34s$$

$$f'_{cr} = f'_c + 2,33s - 3,45$$

onde

$f'_c$  = resistência especificada;

$s$  = desvio padrão.

Segundo HELENE e TERZIAN (1993), como o desvio padrão é sempre entre 2,0 MPa e 3,0 MPa é possível encontrar uma correlação genérica entre  $f'_c$  e  $f_{ck}$ , quando não existir um valor de desvio padrão e o concreto for produzido com controle rigoroso da umidade dos agregados e com equipe bem treinada:

$$f'_c = f_{ck} - 0,68s$$

$$f'_c = f_{ck} - 0,68 \times 3$$

$$f'_c = f_{ck} - 2,04$$

Neste trabalho no modelo III foi adotado  $f'_c = 30 MPa$ , assim tendo como base as expressões propostas por HELENE e TERZIAN (1993) o  $f_{ck} = 32,04 MPa$  corresponde ao  $f'_c = 30 MPa$ .